Пакет прикладных программ для анализа продуктивности разноориентированной скважины в деформируемом наклонно-слоистом анизотропном пласте

Б. Т. Жумагулов
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ж. К. Масанов
Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева, Алматы, Казахстан

Н. Т. Ажиханов
Международный казахско-турецкий университет им. К.А. Ясави, Туркестан, Казахстан
e-mail: ajihanov@mail.ru

Рассматривается задача определения продуктивности горизонтальной скважины в мелкослоистом пласте с наклонной плоскостью изотропии при учете напряженно-деформируемого состояния.

Ключевые слова: модель фильтрации, МКЭ, горизонтальная скважина, дебит, деформируемый пласт, напряженно-деформируемое состояние.

1. Постановка задачи

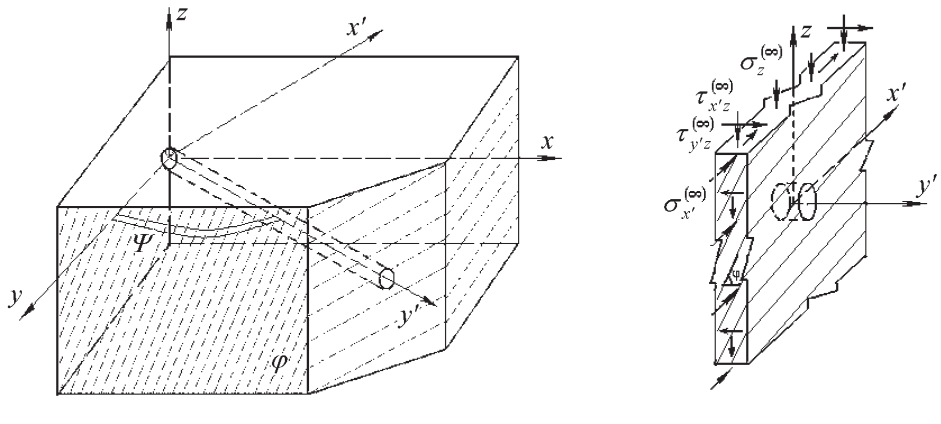
Пусть продольная ось ствола горизонтальной скважины (ГС) радиусом r совпадает с осью Oy' (рис. 1), плоскость xOz не является плоскостью упругой симметрии и условие плоской деформации не выполняется. Однако в силу однородности пласта все поперечные сечения ствола ГС искривляется одинаково, т. е. выполняется условие обобщенной плоской деформации [1].

Пусть уравнения равновесия анизотропного пласта при фильтрации в нем жидкости имеют вид

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \tag{1}$$

При этом закон Гука записывается в виде

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l=1}^{3} d_{ijkl}\varepsilon_{kl} + \alpha\delta_{ij}p, \quad i, j = 1, 2, 3, \tag{2}$$



а *б*

Рис. 1. Схема разноориентированной ГС в наклонной транстропной среде: *а* — расчетная область; *б* — единичная длина ствола ГС

где σ_{ij} — компоненты напряжения; ε_{kl} — компоненты деформации; p — давление жидкости, а коэффициенты симметричной матрицы [D]

$$
\begin{gathered}
d_{1,1} = e_1 \cos^4 \psi + e_5 \sin^4 \psi + \frac{1}{2}(e_2 + 2e_{13}) \sin^2 2\psi, \\
d_{1,2} = e_3 \cos^2 \psi + e_6 \sin^2 \psi, \\
d_{1,3} = (e_4 - 2e_{11}) \cos^2 \psi \sin \psi + e_7 \sin^3 \psi, \\
d_{1,4} = e_4 \cos^3 \psi + (e_7 + 2e_{11}) \sin^2 \psi \cos \psi, \\
d_{1,5} = (e_1 - 2e_{13} - e_2) \cos^3 \psi \sin \psi + (e_2 + 2e_{13} - e_5) \sin^3 \psi \cos \psi, \\
\ldots \\
d_{5,5} = e_{13} + (e_1 + e_5 - 2e_2 - 4e_{13}) \sin^2 \psi \cos^2 \psi.
\end{gathered}
$$

Здесь

$$
e_1 = \frac{E_1\,(E_1 - E_2 v_2^2)}{(1+v_1)\,(E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2)} \cos^4 \varphi + \frac{E_1 E_2\,(1-v_1)}{E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2} \sin^4 \varphi +
$$

$$
+ \frac{1}{2}\left(\frac{E_1 E_2 v_2}{E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2} + 2G_2 \right) \sin^2 2\varphi,
$$

$$
e_2 = \frac{E_1\,(E_1 v_1 + E_2 v_2^2)}{(1+v_1)\,(E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2)} \cos^2 \varphi + \frac{E_1 E_2 v_2}{E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2} \sin^2 \varphi,
$$

$$
\ldots
$$

$$
e_{12} = G_2 + \frac{1}{4}\left(\frac{E_1\,((E_1 - E_2 v_2)\,v_1 + (v_2^2 - 2v_2 - 2v_1 v_2 + 1)\,E_2)}{(1+v_1)\,(E_1\,(1-v_1) - 2E_2 v_2^2)} - 4G_2 \right) \sin^2 2\varphi,
$$

$$
e_{13} = G_2 \sin^2 \varphi + \frac{E_1}{2\,(1+v_1)} \cos^2 \varphi.
$$

Пласт, вскрытый горизонтальной скважиной с ориентированным под углом ψ стволом S_3 относительно кровли и подошвы пласта (S_1 и S_2 соответственно), является непроницаемым. Требуется найти влияние деформации на дебит скважины Q. Для решения поставленной задачи необходимо прежде всего восстановить в области фильтрации

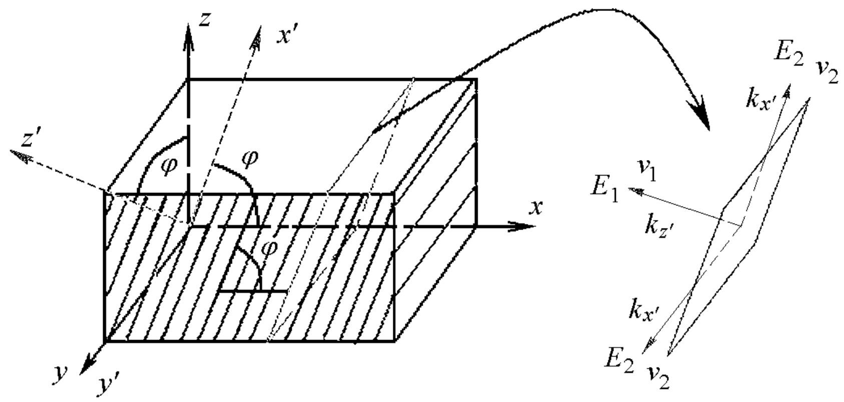


Рис. 2. Упругие и фильтрационные коэффициенты трансверсально-изотропной среды

функцию давления $p = p(x, y, z, t)$, которая с учетом принятых положений является решением задачи Дирихле. Процесс нестационарной обобщенной фильтрации жидкости в разноориентированной горизонтальной скважине в трансверсально-изотропной пористой среде при обобщенной деформации описывается уравнением [2]

$$\frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial t} - \alpha\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_x}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_{xz}}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_z}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right), \tag{3}$$

где α — коэффициент разгрузки, η — модуль Био, μ — вязкость флюида, ε_v — объемная деформация породы.

Начально-граничные условия в этом случае имеют следующий вид:

$$p(x, y, z, 0) = p_0, \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{s_1} = 0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{s_2} = 0, \tag{5}$$

$$p|_{S_3} = p_*, \tag{6}$$

$$p|_{s_4} = p_k(x, y, z, t), \tag{7}$$

$$u|_{s_2} = v|_{s_2} = w|_{s_2} = 0, \quad u|_{s_4} = v|_{s_4} = 0. \tag{8}$$

Проницаемость анизотропного пласта определяется как

$$\begin{aligned} k_x &= \left(k_{x'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{z'}\sin^2\varphi, \\ k_{xz} &= k_{x'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi, \\ k_z &= \left(k_{z'}\cos^2\psi + k_{y'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{x'}\sin^2\varphi. \end{aligned} \tag{9}$$

В частности, значения проницаемости (9) в случае трансверсально-изотропного (транстропного) пласта с наклонными плоскостями изотропии (рис. 2) имеют вид

$$\begin{aligned} k_x &= k_{x'}\cos^2\varphi + k_{z'}\sin^2\varphi, \\ k_{xz} &= k_{x'}, \\ k_z &= \left(k_{z'}\cos^2\psi + k_{x'}\sin^2\psi\right)\cos^2\varphi + k_{x'}\sin^2\varphi. \end{aligned} \tag{10}$$

Решение задачи (1)–(9) аналитическими методами приводит к трудностям, связанным с учетом анизотропии пласта и угла ориентации ГС при определении продуктивности последней. С этими и другими параметрами поставленную задачу можно численно реализовать с помощью метода конечных элементов (МКЭ).

2. Алгоритм вычисления

При вычислении дебита ГС используются следующие соотношения МКЭ. Если в качестве замкнутой области рассматривать изопараметрический конечный элемент первого порядка, то контурный поток сводится к четырем узловым расходам при давлениях P_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Дополнительная работа потока на контуре может быть выражена через сумму произведений узловых расходов и вариаций давления [3]

$$A_1 = \frac{1}{\rho\, g}\{Q\}^T\{dP\} = \frac{Q_1}{\rho\, g}\, dP, \tag{11}$$

где $\{Q\} = (Q_1\, Q_2\, Q_3\, Q_4)^T$ — вектор узловых притоков конечного элемента; $\{dP\} = \{dP\, 0\, 0\, 0\}^T$ — вектор вариаций давления; ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести. При этом дополнительная работа потока в пределах элемента равна интегралу по площади элемента [4]

$$A_2 = \frac{1}{\rho\, g}\int\limits_S \{dP\}^T[B]^T[D][B]\{P\}\, dS, \tag{12}$$

где $[D]$ — матрица коэффициентов деформации, [B] — матрица градиентов давления. Приравнивая A_1 и A_2, из соотношений (11) и (12) получаем выражение для дебита одного узла

$$Q_1 = \frac{1}{dP}\int\limits_S \{dP\}^T[B]^T[D][B]\{P\}\, dS.$$

После аналогичной процедуры для других узлов имеем

$$\{Q\} = \int\limits_S [B]^T[D][B]\{P\}dS.$$

Таким образом, для каждого элемента определяется вектор узловых притоков, затем с помощью суммирования находится дебит ГС в расчетной области. Основная матрица дебитов расчетной области формируется из соседних конечных элементов, соединенных между собой в одной узловой точке. При этом необходимо вычислить давление, компоненты перемещения, напряжения и деформации.

3. Вычислительный эксперимент

Упругое деформируемое состояние трансверсально-изотропного пласта с наклонной под углом φ плоскостью изотропии изучается с применением обобщенння закона Гука. Численный эксперимент проводился для изотропных горных пород типа аргиллит, алевролит, песчаник, известняк с соответствующими модулями упругости и коэффициентами Пуассона $E = 1.34,\ 0.62,\ 2.95,\ 5$ (10^4 МПа), $\upsilon^{(k)} = 0.3,\ 0.2,\ 0.35,\ 0.11$. В качестве трансверсально-изотропной породы с наклонной плоскостью изотропии рассматривается алевролит со следующими упругими характеристиками: $E_1 = 1.54 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 0.98 \cdot 10^4$ МПа, $\upsilon_1 = 0.22$, $\upsilon_1 = 0.25$; модуль сдвига $G_2 = 0.36 \cdot 10^4$ МПа. На рис. 3 представлены изолинии нормальных напряжений при $\varphi = 30$ и 60°.

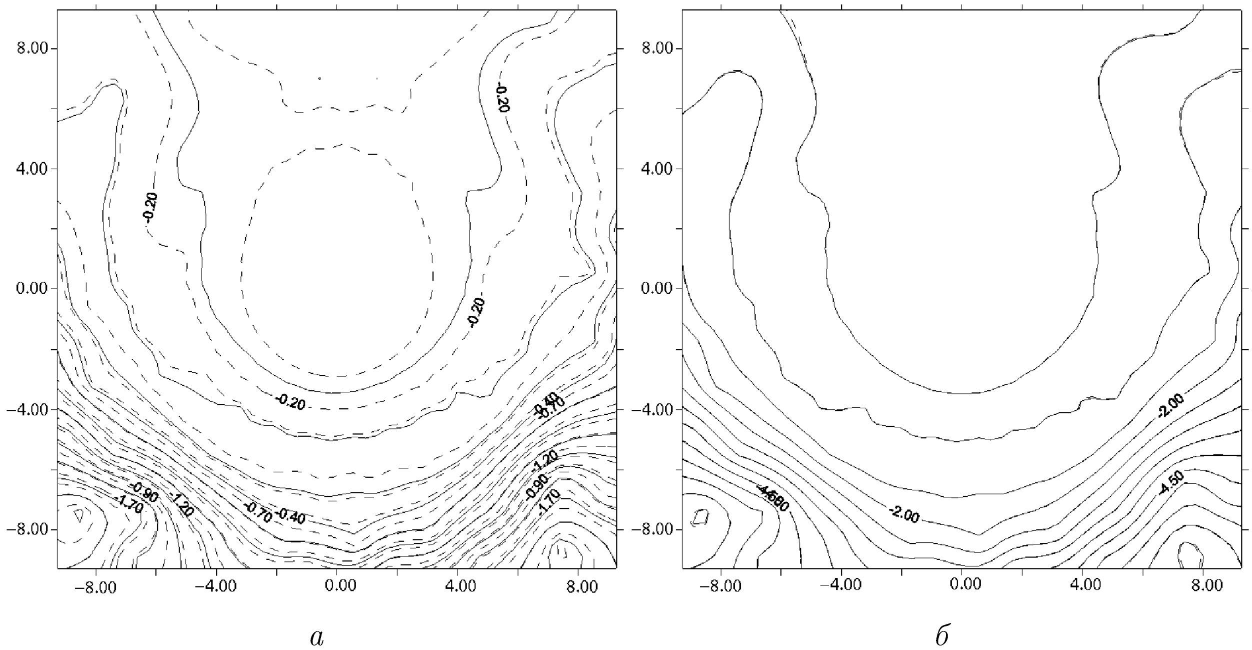


Рис. 3. Изолинии нормальных напряжений: *а* — σ_x; *б* — σ_z; $\varphi = 30^\circ$ (штрих), 60° (сплошные линии)

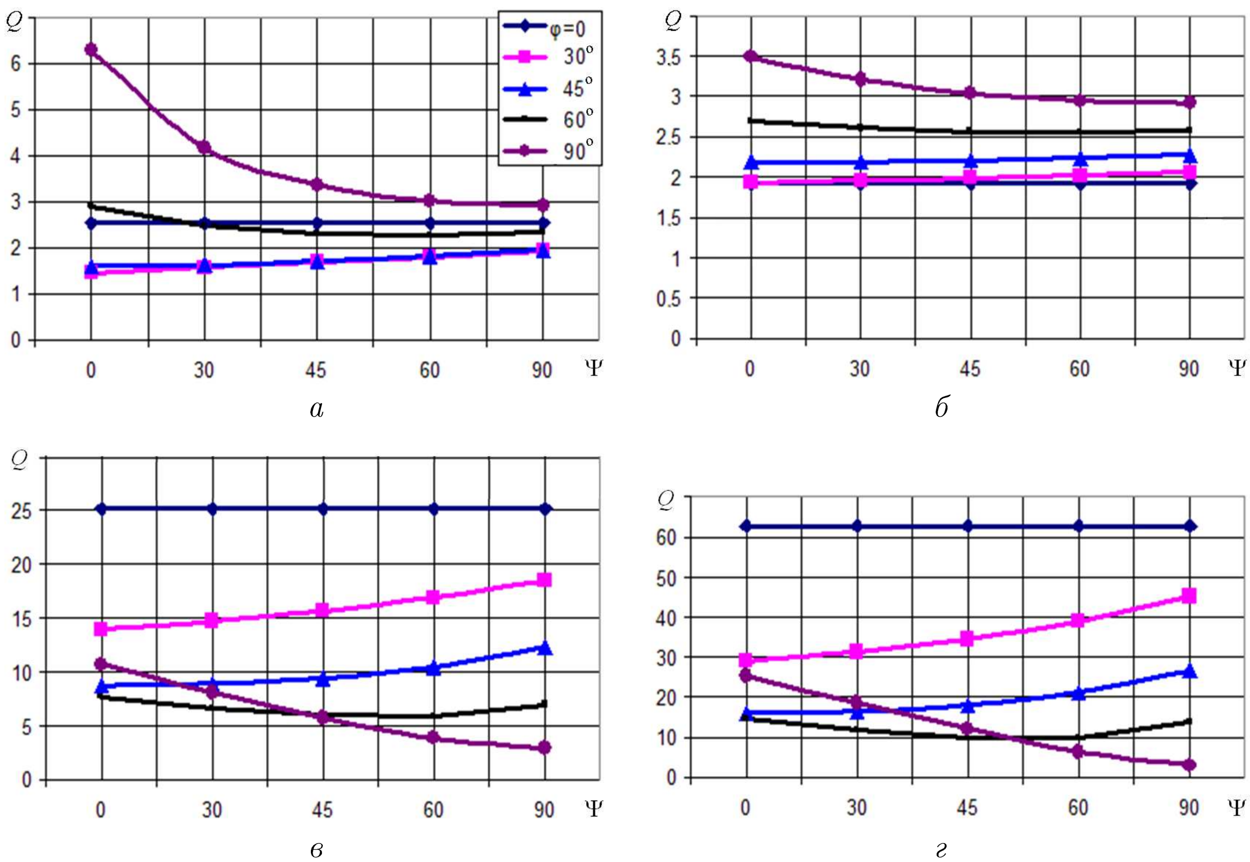


Рис. 4. Влияние ψ и φ на дебит ГС при $k_z/k_x = 0.1$ (*а*), $k_z/k_x = 0.5$ (*б*), $k_z/k_x = 5$ (*в*), $k_z/k_x = 10$ (*г*)

Исследовано влияние упругих и фильтрационных характеристик на дебит разноориентированной скважины с учетом угла наклона плоскости изотропии трансверсально-изотропного пласта (рис. 4).

Разработанный алгоритм и составленный комплекс программ тестировались на известной задаче определения дебита ГС [5] в изотропном пласте. Полученные результаты отличаются от строгого решения не более чем на 5 %.

Проведенный вычислительный эксперимент и анализ результатов, выполненный для наклонного трансверсально-изотропного пласта, показывают, что с увеличением количества конечных элементов в дискретной модели тела наблюдается совпадение двух значащих цифр в значениях компонента перемещения u, нормальных напряжений σ, а также интенсивности напряжений и деформаций. Таким образом, можно получить оценку изменения давления жидкости в напряженно-деформируемом состоянии трансверсально-изотропного пласта.

Список литературы

[1] Масанов Ж.К. О распределении давления на упругую крепь выработки, заложенной в наклонно-слоистом массиве // Проблемы механики горных пород. Новосибирск: Наука, 1971. С. 150–151.

[2] Ажиханов Н.Т. Фильтрация жидкости в упругой транстропной среде с горизонтальной скважиной (плоская фильтрация и деформация) // Вопр. вычисл. и прикл. математики. 2009. Вып. 123. С. 83–93.

[3] Амусин Б.З., Фадеев А.В. Метод конечных элементов при решении задач горной механики. М.: Недра, 1975. 142 с.

[4] Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.

[5] Борисов Ю.П., Пилатовский В.П., Табаков В.П. Разработка нефтяных месторождении горизонтальными и многозабойными скважинами. М.: Недра, 1964. 154 с.

Поступила в редакцию 26 марта 2010 г.,
с доработки — 28 июня 2010 г.