

Численные методы оптимизационного проектирования проточных частей гидротурбин*

А. С. АСТРАКОВА¹, Д. В. БАННИКОВ², С. Г. ЧЁРНЫЙ¹, Д. В. ЧИРКОВ¹

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

²Технологическая компания Шлюмберже, Новосибирск, Россия

e-mail: anna.astrakova@gmail.com, cher@ict.nsc.ru

Предлагаются два новых критерия качества в задаче оптимизационного проектирования проточного тракта гидротурбины. Первый критерий — эффективности работы гидротурбины — формулируется на основе комбинированного метода определения потерь энергии во всем проточном тракте, включающего расчёт трёхмерного турбулентного течения в направляющем аппарате и рабочем колесе, и инженерно-эмпирическую методику определения потерь в остальных элементах гидротурбины. Второй критерий — минимизации динамических нагрузок, вызванных прецессией вихревого жгута за рабочим колесом, — строится путём формирования за лопастями рабочего колеса профиля расходной составляющей скорости, имеющего монотонный рост к его оси. В новой постановке решается задача проектирования рабочего колеса радиально-осевой гидротурбины, обеспечивающего высокие энергетические характеристики и уменьшенные пульсации давления на трёх заданных режимах.

Ключевые слова: оптимизационное проектирование, гидротурбины, вихревой жгут, эффективность гидротурбины, динамические нагрузки, генетический алгоритм.

Введение

При проектировании новых перспективных конструкций гидротурбин необходимы перебор огромного числа их возможных геометрий и анализ соответствующих этим формам гидродинамических течений. В связи с этим актуально создание эффективных методов автоматического оптимизационного проектирования проточных частей гидротурбин, позволяющих за короткое время рассмотреть большое количество допустимых форм. Важно также правильно сформулировать критерии качества, которым должна удовлетворять проектируемая геометрия гидротурбины. Решению этих проблем посвящена настоящая работа.

Прямая задача гидродинамики турбин. Пусть геометрия проточной части гидротурбины определяется вектором её параметров

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N). \quad (1)$$

Тогда прямую задачу гидродинамики турбин можно записать в виде

$$\mathbf{V} = f(\mathbf{x}), \quad (2)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-01-00278-а).

где \mathbf{V} — характеристики течения жидкости в гидротурбине. При математическом моделировании течения функциональная зависимость (2) включает модель течения жидкости и метод решения её образующих уравнений.

Обратная задача гидродинамики турбин. Пусть \mathbf{V}^* — требуемые характеристики течения жидкости на заданных режимах работы станции. Тогда обратную задачу можно представить в виде

$$\mathbf{x} = f^{-1}(\mathbf{V}^*). \quad (3)$$

Задачу (3) называют также задачей проектирования.

Методы проектирования. Методы решения задач проектирования можно разделить на два класса: прямого и оптимизационного проектирования. Данная работа посвящена численным методам оптимизационного проектирования, но для полноты изложения коротко остановимся на методах прямого проектирования.

Методы прямого проектирования. В методах прямого проектирования устанавливается непосредственная связь (3) между формой и характеристиками течения в ней. Эти методы отличаются используемыми моделями течения жидкости, методиками представления геометрии, уравнениями связи форм и параметров потока, а также итерационными алгоритмами, которые находят форму, соответствующую заданным условиям для потока.

В настоящее время методы прямого проектирования гидротурбин созданы только для лопастных систем. Во всех работах фиксируются формы обода и ступицы и варьируется угловая координата лопасти, дополнительно может подбираться распределение толщин профиля.

Недостаток методов прямого проектирования состоит в следующем. Основные характеристики лопастной системы, такие как коэффициент полезного действия (КПД), коэффициенты потерь энергии и давления, напрямую не связаны с распределениями скорости или давления, заданными в качестве целевого критерия. Поэтому не решёнными остаются вопросы о том, насколько заданные профили закрутки в межлопастном канале или нагрузки на лопасть соответствуют оптимальным энергетическим характеристикам всей установки, в какой мере возможны повышение её КПД или снижение потерь в проточной части. Часто требуемые распределения скоростей или давлений априори неизвестны. Кроме того, в данном случае нет гарантии, что для заданных распределений существуют решения. Несомненным достоинством указанного подхода, позволяющим применять его в ежедневной инженерной практике, является малое время решения задачи проектирования — существенно меньшее затрачиваемого при оптимизационном проектировании.

Методы оптимизационного проектирования. Пусть пространство \mathbf{X} состоит из геометрий (1), полученных варьированием параметров x_1, \dots, x_N . В этом случае задача оптимизационного проектирования ставится таким образом: требуется найти геометрию

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \mathbf{X}, \quad (4)$$

обеспечивающую минимальные значения M функционалов

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} F_1(\mathbf{x}), \dots, \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} F_M(\mathbf{x}), \quad (5)$$

где

$$(F_1, \dots, F_M) = \mathbf{F} \equiv \mathbf{V}^* - f(\mathbf{x}). \quad (6)$$

Количество работ, посвящённых методам оптимизационного проектирования, постоянно растёт. Обзор методов прямого и оптимизационного проектирования можно найти в [1, 2]. В настоящей работе будут рассмотрены усовершенствованные постановки задачи оптимизационного проектирования и численные методы её решения.

1. Общая постановка задачи оптимизационного проектирования проточных частей гидротурбины

Режим работы гидротурбины определяется напором

$$H = \frac{1}{Q} \left[\int_{S_{\text{вх}}} \left(\frac{p}{\rho g} - z + \frac{|u|^2}{2g} \right) \mathbf{u} dS - \int_{S_{\text{вых}}} \left(\frac{p}{\rho g} + z + \frac{|u|^2}{2g} \right) \mathbf{u} dS \right], \quad (7)$$

частотой вращения рабочего колеса n и расходом воды Q . В (7) p — гидростатическое давление, ρ — плотность воды, \mathbf{u} — вектор скорости, z — высотная отметка входного $S_{\text{вх}}$ и выходного $S_{\text{вых}}$ сечений проточного тракта. При моделировании течений в турбомашине необходимо выполнение трёх законов подобия между моделью и реальным объектом: геометрического, динамического и кинематического. Геометрическое подобие имеет место при пропорциональности размеров модели и реального объекта. Два потока динамически подобны, если безразмерные числа, определяющие течения, равны. Условие кинематического подобия сводится к подобию картин течения потоков жидкости внутри проточной части реальной турбомашин и её модели. При этом абсолютная скорость и её составляющие — переносная и относительная — в соответственных точках потока одинаково направлены и пропорциональны по величине. Если у одной из кинематически подобных турбомашин диаметр рабочего колеса равен 1 м, а напор также имеет величину 1 м, то значения остальных параметров данной турбомашин называют приведёнными к диаметру 1 м и напору 1 м и обозначают их со штрихом

$$n' = \frac{nD_1}{\sqrt{H}}, \quad Q' = \frac{Q}{D_1^2 \sqrt{H}}, \quad \mathbf{u}' = \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{H}}, \quad (8)$$

где D_1 — диаметр рабочего колеса. В плоскости переменных Q' и n' для конкретной гидротурбины строятся изолинии её коэффициента полезного действия

$$\eta = \frac{N}{\rho g Q H} \quad (9)$$

и линии постоянного открытия направляющего аппарата a_0 . В (9) $N = M_{\text{РК}} \cdot \omega$ — мощность турбины, $M_{\text{РК}}$ — момент рабочего колеса, ω — угловая скорость его вращения ($\omega = \pi n / 30$), a_0 — диаметр вписанной между лопатками направляющего аппарата окружности. В результате получается универсальная характеристика гидротурбины (рис. 1) — важный инструмент её проектирования и анализа.

1.1. Критерии качества работы гидротурбины и ограничения на различных режимах её работы

Пусть задано $L \geq 1$ режимов работы гидротурбины, на l -м из которых требуется обеспечить выполнение M_l критериев её работы

$$F_1^{(l)}(\mathbf{x}), \dots, F_{M_l}^{(l)}(\mathbf{x})$$

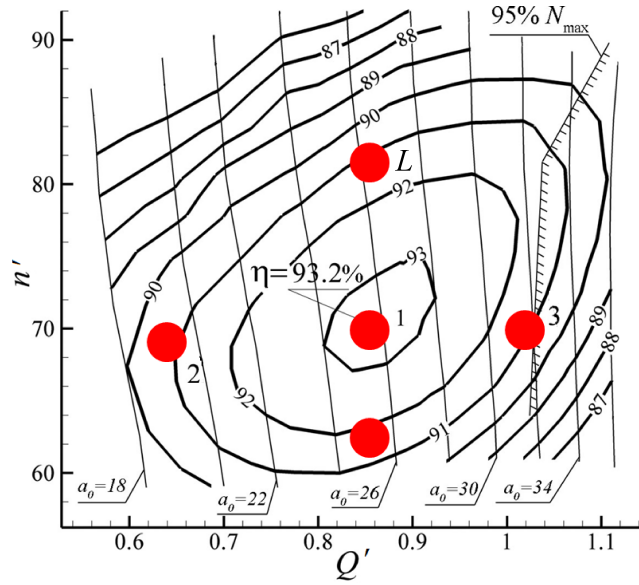


Рис. 1. Универсальная характеристика радиально-осевой гидротурбины: изолинии η — коэффициента полезного действия, a_0 — линии постоянного открытия направляющего аппарата; $1, \dots, L$ — заданные режимы работы

и K_l гидродинамических ограничений

$$\varphi_1^{(l)}(\mathbf{x}) \leq 0, \dots, \varphi_{K_l}^{(l)}(\mathbf{x}) \leq 0.$$

Общее для всех L режимов гидротурбины количество целевых функционалов есть

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_L : F_1(\mathbf{x}), \dots, F_M(\mathbf{x}),$$

а гидродинамических ограничений —

$$K = K_1 + K_2 + \dots + K_L : \varphi_1(\mathbf{x}) \leq 0, \dots, \varphi_K(\mathbf{x}) \leq 0.$$

Решение задачи оптимизационного проектирования состоит в нахождении геометрии

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \mathbf{X},$$

обеспечивающей минимальные значения всех M функционалов

$$\min F_1(\mathbf{x}), \dots, \min F_M(\mathbf{x}), \tag{10}$$

при K ограничениях

$$\varphi_1(\mathbf{x}) \leq 0, \dots, \varphi_K(\mathbf{x}) \leq 0. \tag{11}$$

Решением данной задачи является оптимальный фронт Парето.

2. Методы решения

Глобальный минимум функционалов (10), удовлетворяющий ограничениям (11), отыскивается с помощью генетического алгоритма [3]. Процесс поиска оптимального фронта Парето состоит из следующих шагов.

1. Случайным образом формируются P форм проточной части гидротурбины начального поколения $s = 0$

$$\mathbf{x}_s^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_s^{(p)}, \dots, \mathbf{x}_s^{(P)}.$$

2. Для всех форм $\mathbf{x}_s^{(p)}$, $p = 1, \dots, P$, на L режимах решаются $P \cdot L$ прямых задач.
3. Вычисляются $P \cdot M$ функционалов и $P \cdot K$ ограничений.
4. По критерию качества

$$G(F_1, \dots, F_M) : R^M \rightarrow R, \quad (12)$$

определяющему формы, лучшим образом удовлетворяющие заданным критериям оптимизационной задачи, отбираются формы для построения нового поколения геометрий.

5. Путём рекомбинации отобранных индивидуумов и клонирования строится новая популяция генетического алгоритма, состоящая из P форм

$$\mathbf{x}_{s+1}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{s+1}^{(p)}, \dots, \mathbf{x}_{s+1}^{(P)}.$$

6. Осуществляется переход на шаг 2 с переприсвоением $s = s + 1$ до тех пор, пока не будет найден с заданной точностью глобальный минимум функционалов (10), удовлетворяющий ограничениям (11).

Расчёт течения в проточной части гидротурбины ограничивается направляющим аппаратом и рабочим колесом (рис. 2). Турбулентное стационарное трёхмерное течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Рейнольдса, замкнутыми стандартной $k-\varepsilon$ -моделью турбулентности с логарифмическим законом пристеночной функции. Для решения уравнений используются концепция искусственной сжимаемости, неявный метод конечных объёмов, TVD-аппроксимация третьего порядка конвективных потоков, а также оригинальный вариант попеременно-треугольного метода обращения неявного оператора схемы. Численный метод обладает высокой разрешающей способностью, абсолютной устойчивостью и экономичностью [3].

Расчёты проводятся в одном межлопаточном канале направляющего аппарата и в одном межлопастном канале рабочего колеса при предположении циклической повторяемости течений в остальных каналах направляющего аппарата и рабочего колеса.

Входными данными прямой задачи являются параметры, задающие режим работы гидротурбины, — напор H , частота вращения рабочего колеса n и расход Q или соответствующее ему открытие a_0 направляющего аппарата. Дополнительно задаются угол

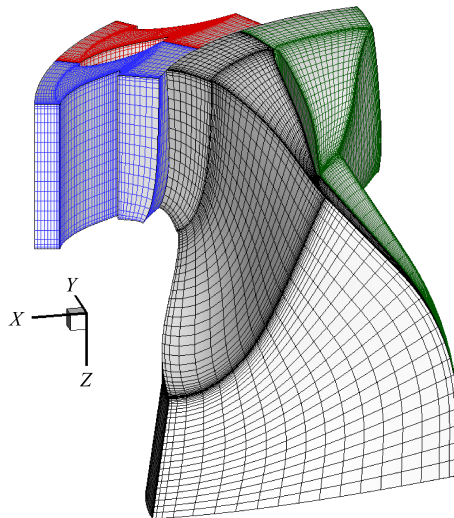


Рис. 2. Расчётная область, включающая направляющий аппарат и рабочее колесо

входа потока во входном сечении направляющего аппарата и характер поведения давления в выходном сечении отсасывающей трубы (его относительное изменение). Более подробно постановка решаемой прямой задачи описана в [2].

Пространство \mathbf{X} состоит из геометрий (1), полученных варьированием параметров x_1, \dots, x_N . В настоящей работе, как и в [1, 4], варьируется форма рабочего колеса. Угловую координату срединной поверхности лопасти рабочего колеса определяют 16 параметров

$$\vartheta_1, \dots, \vartheta_{16}.$$

Вариация меридиональной RZ -проекции рабочего колеса осуществляется восемью параметрами

$$p_1, \dots, p_8.$$

Четыре параметра

$$d_1, \dots, d_4$$

определяют положение линии максимальной толщины лопасти рабочего колеса на её срединной поверхности и самую максимальную толщину. На рис. 3 схематично изображены параметризация формы рабочего колеса и оказываемое на неё воздействие варьирования параметров. Общее количество варьируемых параметров, задающих форму рабочего колеса, равно 28, а структура вектора (1) представляется в виде

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{28}) = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_{16}, p_1, \dots, p_8, d_1, \dots, d_4). \quad (13)$$

Более подробное описание параметризации формы рабочего колеса дано в [1, 4].

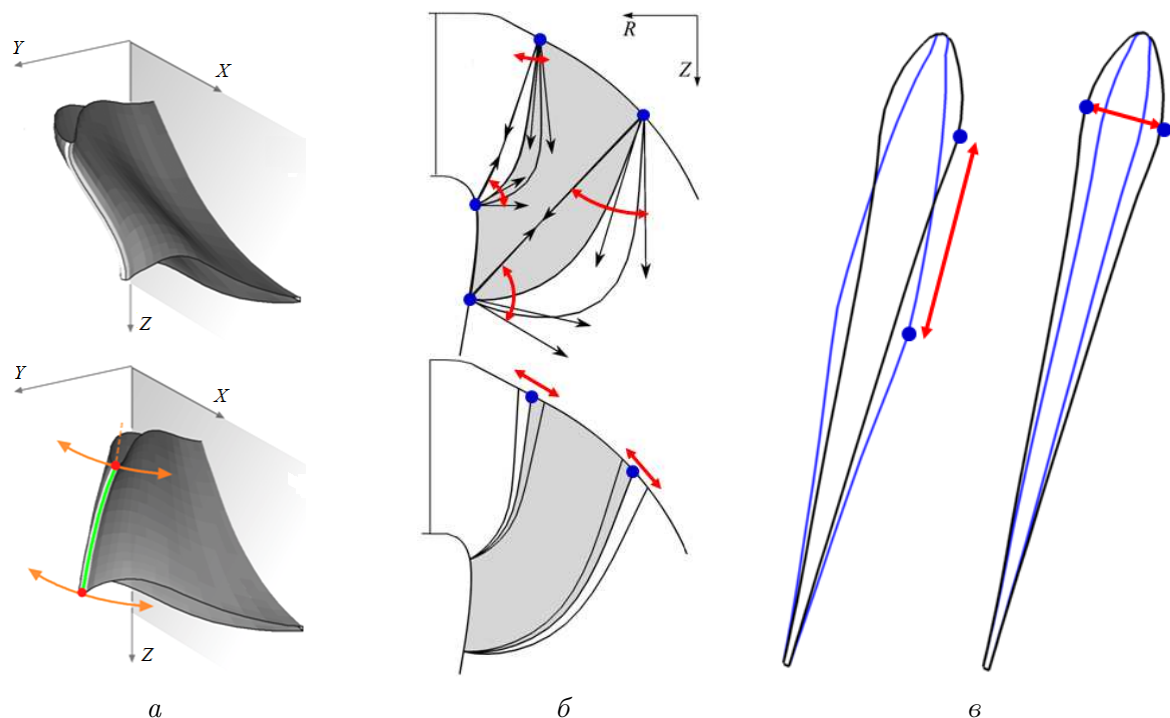


Рис. 3. Параметризация формы рабочего колеса: *a* — 16 параметров угловой координаты лопасти, *b* — восемь параметров меридионального сечения, *в* — четыре параметра распределения толщин лопасти

Формулу расчёта КПД станции η (9) можно записать в виде

$$\eta = \frac{H_{PK}}{H}, \quad (14)$$

где H_{PK} — полезная энергия станции, вырабатываемая в виде электроэнергии. Напор станции H (7) имеет структуру (рис. 4)

$$H = H_{PK} + \Delta h, \quad (15)$$

где Δh — гидродинамические потери энергии, обусловленные вязкостью воды и складывающиеся из потерь в каждом элементе гидротурбины и на выходе из отсасывающей трубы ($\Delta h_{OT,вых}$):

$$\Delta h = \Delta h_{СК} + \Delta h_{СТ} + \Delta h_{НА} + \Delta h_{PK} + \Delta h_{OT} + \Delta h_{OT,вых}. \quad (16)$$

Величина H_{PK} вычисляется по формуле (14) с учётом (9), в которую подставлено выражение для мощности

$$H_{PK} = \frac{M_{PK} \cdot \omega}{\rho g Q}. \quad (17)$$

Таким образом, для расчёта КПД находится гидродинамический момент M_{PK} , вращающий рабочее колесо относительно его оси. Далее из (17) вычисляется полезная энергия H_{PK} , по (15) — H и окончательно по (14) — η . Коротко остановимся на методике определения потерь энергии Δh (16), входящих в формулу (15).

Потери энергии в спиральной камере $\Delta h_{СК}$, в статоре $\Delta h_{СТ}$ и в отсасывающей трубе Δh_{OT} оцениваются по экономичным инженерно-эмпирическим формулам [5]

$$\Delta h_{СК} = \xi_{СК} \frac{V_{СК}^2}{2g}, \quad \Delta h_{СТ} = \xi_{СТ} \frac{V_{СТ}^2}{2g}, \quad \Delta h_{OT} = \xi_{OT} \frac{c_m^2}{2g} + \frac{c_u^2}{2g}, \quad (18)$$

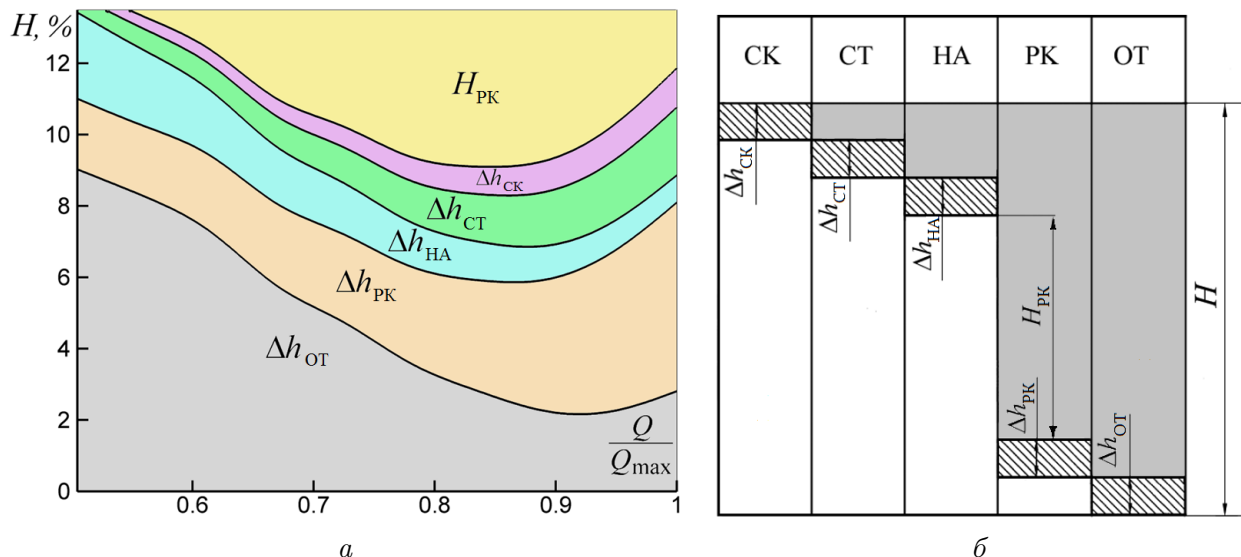


Рис. 4. Структура потерь энергии в элементах гидротурбины (в процентах от напора станции H) в зависимости от режима (а); схема распределения потерь (белым обозначена энергия, переходящая в следующий вниз по течению элемент гидротурбины) (б); РК — рабочее колесо, СК — спиральная камера, СТ — статор, НА — направляющий аппарат, ОТ — отсасывающая труба

где $\xi_{СК}$, $\xi_{СТ}$, $\xi_{ОТ}$ — известные коэффициенты потерь в соответствующих элементах гидротурбины, $V_{СК}$, $V_{СТ}$ — характерные скорости на входе в спиральную камеру и статор, c_m , c_u — средние расходная и окружная составляющие вектора абсолютной скорости на входе в отсасывающую трубу, которые берутся из расчёта течения в рабочем колесе. Формулы (18) не требуют знаний о полях течений жидкости в данных элементах и достаточно хорошо передают величины потерь в них.

Потери энергии в направляющем аппарате $\Delta h_{НА}$ и в рабочем колесе $\Delta h_{РК}$ вычисляются непосредственно по рассчитанным полям трёхмерных турбулентных течений

$$\begin{aligned}\Delta h_{НА} &= E_{НА,ВХ} - E_{НА,ВЫХ}, \\ \Delta h_{РК} &= E_{РК,ВХ} - E_{РК,ВЫХ} - H_{РК}.\end{aligned}$$

Потери кинетической энергии на выходе из отсасывающей трубы, связанные с неравномерностью потока, $\Delta h_{ОТ,ВЫХ}$ находятся также по инженерно-эмпирической формуле

$$\Delta h_{ОТ,ВЫХ} = \frac{1}{2g}(k_3 - 1) \left(\frac{Q}{S_{ВЫХ}} \right)^2,$$

где k_3 — коэффициент Кориолиса, определяемый из его экспериментальной зависимости от угла выхода потока из рабочего колеса.

3. Критерии качества работы гидротурбины и ограничения оптимизационной задачи

3.1. Критерий эффективности гидротурбины

Критерием эффективности гидротурбины считается достижение ею как можно большего значения КПД η на заданных режимах работы. Поэтому первым целевым функционалом, минимизация которого отвечает выполнению данного критерия, будет

$$F_1^{(l)}(\mathbf{x}) = 1 - \eta^{(l)}(\mathbf{x}). \quad (19)$$

Как указывалось в разделе 2, режим работы гидротурбины задается напором H , частотой вращения рабочего колеса n и открытием направляющего аппарата a_0 . Последний параметр должен определять отвечающий этому режиму расход Q . В то же время полученный в результате решения прямой задачи расход Q будет отличаться от требуемого в силу следующих факторов:

- неточность установления соотношения между a_0 и Q для проточного тракта гидротурбины, задаваемого в качестве прототипа проектируемой геометрии;
- изменение геометрии, осуществляемое в процессе оптимизационного проектирования.

Следовательно, гидродинамическими ограничениями оптимизационной задачи (10)–(11) на заданном l -м режиме должны быть, по крайней мере, два неравенства

$$\varphi_1^{(l)} \equiv Q^{(l)}(\mathbf{x}) - Q_n^{(l)} \leq 0, \quad \varphi_2^{(l)} \equiv Q_n^{(l)} - Q_n^{(l)}(\mathbf{x}) \leq 0,$$

означающие сохранение расхода $Q^{(l)}(\mathbf{x})$ внутри допустимого отрезка $[Q_n^{(l)}, Q_n^{(l)}]$.

Пусть в соответствии с оптимизационной задачей (10)–(11) требуется минимизировать функционал (19) на режиме с расходом $Q^{(l)}$, прототип на котором дает КПД $\eta^{(l)}$.

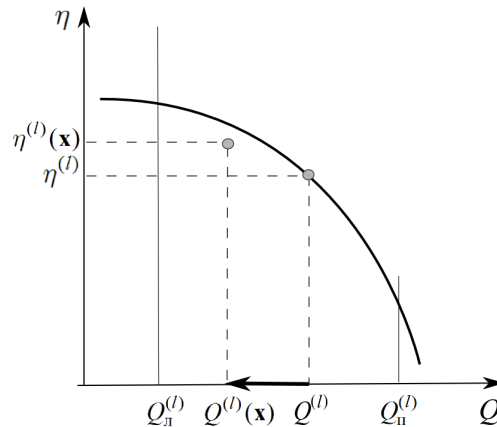


Рис. 5. Иллюстрация недостатка локального критерия эффективности

Зависимость КПД прототипа от расхода на допустимом отрезке монотонно убывает (рис. 5). Допустимым с позиции локального критерия эффективности (19) будет решение оптимизационной задачи \mathbf{x} , имеющее КПД $\eta^{(l)}(\mathbf{x}) \leq \eta^{(l)}(\mathbf{x})$ при расходе

$$Q_{\text{л}}^{(l)} \leq Q^{(l)}(\mathbf{x}) \leq Q_{\text{п}}^{(l)}.$$

В то же время данное решение \mathbf{x} неприемлемо ввиду его худшего качества по КПД на режиме $Q^{(l)}(\mathbf{x})$ по сравнению с прототипом. Для устранения недостатка локального критерия эффективности в настоящей работе предлагается модификация глобального критерия эффективности, рассмотренного в [2, 5]. В указанных работах эффективность обеспечивается минимизацией функционала

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L |\eta^*(Q^{(l)}) - \eta^{(l)}(\mathbf{x})|, \quad (20)$$

где $\eta^*(Q)$ — зависимость КПД от расхода, предъявляемая к проектируемой геометрии, $\eta^{(l)}(\mathbf{x})$ — КПД геометрии \mathbf{x} на l -м режиме работы гидротурбины. При этом в [2, 5] заданные на режимах значения расходов $Q^{(l)}$ строго выдерживаются при прямых расчётах в силу специфики используемых в них краевых условий. Гидродинамическими ограничениями в [2, 5] были сохранения с заданной точностью напоров.

В настоящей работе эффективность работы гидротурбины на l -м режиме обеспечивается минимизацией функционала

$$F_1^{(l)}(\mathbf{x}) = \eta^*(Q^{(l)}(\mathbf{x})) - \eta^{(l)}(\mathbf{x}), \quad (21)$$

где $Q^{(l)}(\mathbf{x})$ — расход в геометрии \mathbf{x} на режиме l .

Из-за входящей в данный критерий “глобальной” зависимости $\eta^*(Q)$ ему присвоен термин “глобальный”.

3.2. Критерий минимизации динамического воздействия прецессирующего вихревого жгута

При некоторых режимах работы гидротурбин в конусе отсасывающей трубы за рабочим колесом образуется вихревой жгут, прецессия которого оказывает негативное воздействие на работу всей гидротурбины. Критерием минимизации динамического воздействия вихревого жгута является обеспечение минимальной интенсивности его прецессии

и уменьшение за счёт этого амплитуды пульсаций давления, воздействующих на конструкцию гидротурбины. Чтобы в процессе оптимизационного проектирования оценивать каждую геометрию поколения \mathbf{x} с помощью данного критерия, вообще говоря, при решении прямой задачи наиболее корректным было бы получать на l -м режиме прецессирующий вихревой жгут, создающий пульсации давления амплитуды $A^{(l)}(\mathbf{x})$. Тогда в качестве второго минимизируемого целевого функционала можно было бы взять

$$F_2^{(l)}(\mathbf{x}) = A^{(l)}(\mathbf{x}).$$

Однако это в настоящее время недостижимо из-за необходимости решения прямой задачи в нестационарной постановке. На проведение таких расчётов для всех геометрий поколений генетического алгоритма потребовались бы неоправданно большие временные затраты.

В настоящей работе предлагается критерий косвенного уменьшения интенсивности прецессии вихревого жгута путём формирования за рабочим колесом “подходящего” профиля осевой составляющей скорости. Для нахождения такого “подходящего” профиля были проведены многочисленные расчёты нестационарных течений в направляющем аппарате, рабочем колесе и отсасывающей трубе радиально-осевой гидротурбины в циклической и полной нециклической постановках и установлена следующая закономерность: чем больший монотонный рост к втулке рабочего колеса имеет осреднённая в окружном направлении осевая составляющая скорости, тем меньшую интенсивность прецессии имеет вихревой жгут. Иллюстрация этого утверждения представлена на рис. 6, на котором приведены осреднённые профили осевой скорости из расчёта течения во всем проточном тракте гидротурбины с сильной интенсивностью прецессии вихревого жгута и его модификации, задаваемые во входном сечении отсасывающей

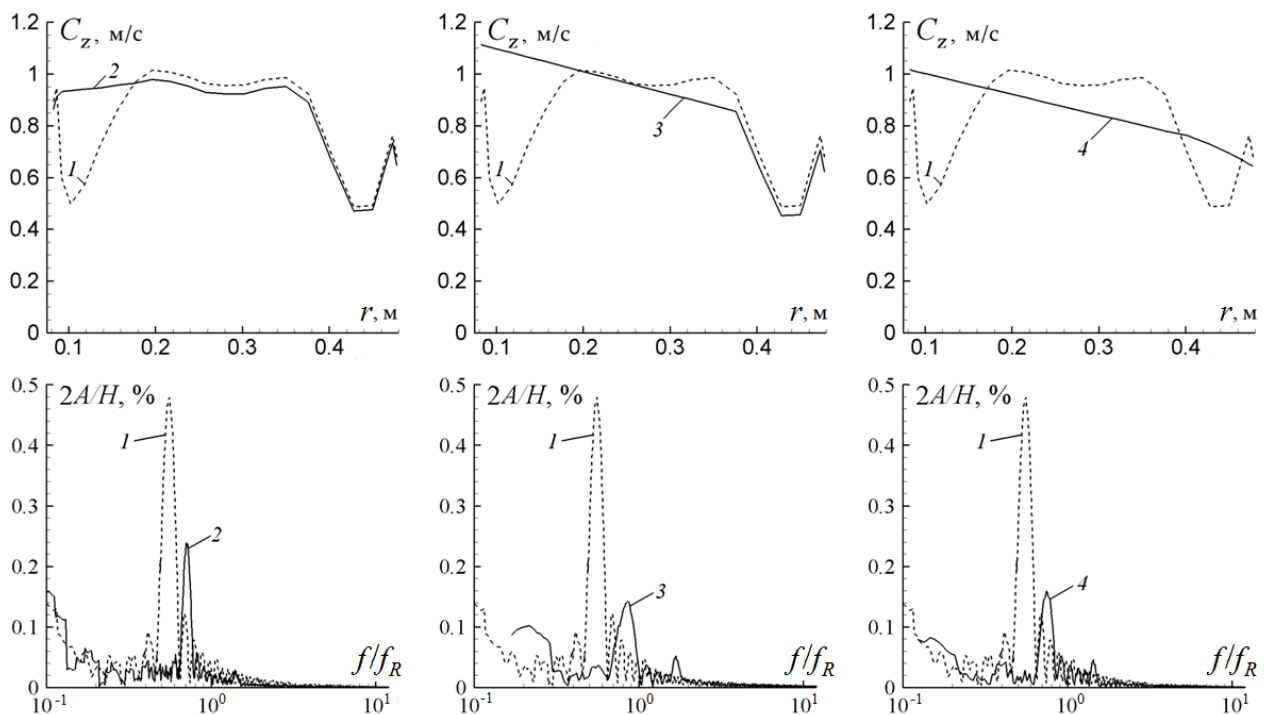


Рис. 6. Профили осевой составляющей скорости (сверху: 1 — исходный; 2, 3, 4 — модификации) и соответствующие им спектры пульсаций давления (снизу)

трубы при проведении расчёта только в ней. Там же представлены соответствующие спектры пульсаций давления. При проведении расчётов в изолированной отсасывающей трубе с модифицированными распределениями скорости во входном сечении обеспечивалось сохранение заданного в исходном расчёте расхода и распределений окружной составляющей скорости.

Используя установленную закономерность, можно сформулировать критерий косвенного уменьшения амплитуды пульсаций давления. Этот критерий заключается в формировании за лопастями рабочего колеса распределения скорости с монотонным ростом её осевой составляющей к втулке рабочего колеса. Формализуем это требование. Здесь возможны два подхода. В первом задается профиль осевой скорости $C_z^*(r)$, который, по мнению проектировщиков, обеспечит минимум амплитуды пульсаций давления. Тогда в качестве второго минимизируемого целевого функционала берётся [2, 6]

$$F_2^{(l)}(\mathbf{x}) = \int_0^{D/2} |C_z^*(r) - C_z^{(l)}(\mathbf{x}, r)| dr, \quad (22)$$

где $C_z^{(l)}(\mathbf{x}, r)$ — профиль скорости, полученный осреднением в окружном направлении осевых составляющих распределения вектора скорости в сечении за лопастями рабочего колеса в поле течения, рассчитанном в геометрии \mathbf{x} на l -м режиме. Интегрирование в (22) ведётся от оси вращения рабочего колеса $r = 0$ до стенки конуса отсасывающей трубы $r = D/2$ (D — диаметр конуса отсасывающей трубы в сечении формирования профиля скорости). Очевидным недостатком данного подхода является тот фактор, что “предписанный” профиль $C_z^*(r)$ неизвестен.

В настоящей работе предлагается новая формализация сформулированного выше критерия косвенного уменьшения амплитуды пульсаций давления. В нём профили осевой составляющей скорости не подгоняются под заданный, вообще говоря, неизвестный профиль, а формируются так, чтобы их линейризация имела как можно меньший угол наклона к оси Or в плоскости $C_z - r$ (рис. 7). Под линейризацией профиля $C_z^{(l)}(\mathbf{x}, r)$ подразумевается его приближение линейной функцией

$$C_z^{lin}(\mathbf{x}, r) = a^{lin} + b^{lin}r, \quad (23)$$

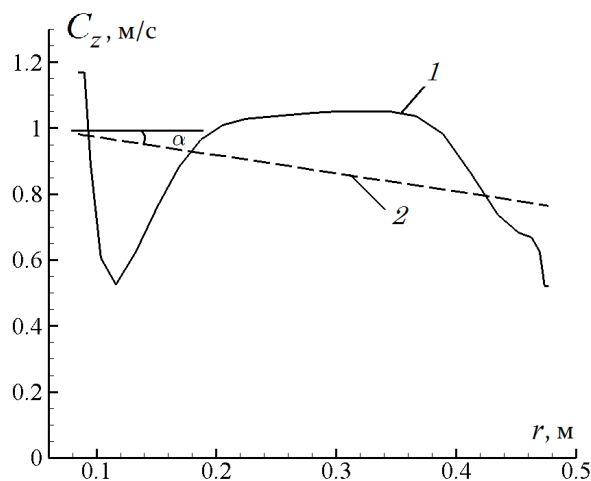


Рис. 7. Линейризация профиля скорости: 1 — исходный, 2 — линейризованный

выстраиваемой с помощью линейной регрессии [7]. Метод построения функции (23) основан на подборе коэффициентов a^{lin} и b^{lin} , минимизирующих интеграл квадрата отклонения исходного профиля $C_z^{(l)}(\mathbf{x}, r)$ от его линеаризации $C_z^{lin}(\mathbf{x}, r)$ на участке от точки $r = r_{min}$ в окрестности ступицы до некоторой точки $r = r_{max}$ в окрестности стенки обода

$$\min_{a, b} \int_{r_{min}}^{r_{max}} (C_z^{(l)}(\mathbf{x}, r) - C_z^{lin}(\mathbf{x}, r))^2 dr. \quad (24)$$

Новая формулировка критерия косвенного уменьшения амплитуды пульсаций давления, вызванных прецессирующим вихревым жгутом, есть минимизация функционала

$$F_2^{(l)}(\mathbf{x}) = \arctan(b^{lin}). \quad (25)$$

Важным вопросом при построении линеаризованного профиля является выбор параметров r_{min} и r_{max} в (24), который проводится по следующей схеме. Из области линеаризации профиля исключается небольшая зона у стенки ступицы рабочего колеса, в которой могут наблюдаться резкие выбросы скорости. Если положение ступицы соответствует значению $r = 0.05$, то принималось $r_{min} = 0.1$. Исключается также небольшая область вблизи обода для того, чтобы в этом месте не занижать осевую скорость, так как её возрастание в окрестности обода предотвращает отрыв потока в конусе отсасывающей трубы. Если положению обода в рассматриваемом в расчётах сечении соответствует значение $r = 0.5$, то принималось $r_{max} = 0.45$.

4. Результаты оптимизационного проектирования

На рис. 8 показана проточная часть прототипа радиально-осевой гидротурбины, оптимизационное проектирование которой проведено с помощью представленного в работе метода. Оптимизация проводилась при $H = 115$ м, $n = 125$ об/мин на трёх режимах работы гидротурбины ($L = 3$):

- 1 — неполной загрузки, $N = 200$ МВт, $a_0 = 276$ мм, $Q = 200.19$ м³/с;
- 2 — большой неполной загрузки, $N = 275$ МВт, $a_0 = 349$ мм, $Q = 257.50$ м³/с;
- 3 — максимального КПД, $N = 350$ МВт, $a_0 = 435$ мм, $Q = 321.00$ м³/с.

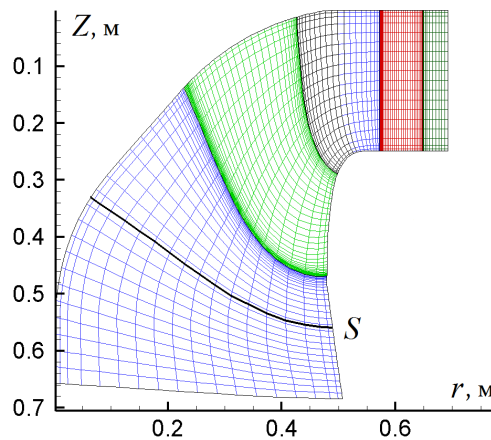


Рис. 8. Меридиональное сечение расчётной области направляющего аппарата и рабочего колеса исходной геометрии; S — слой сетки, в котором строится функционал (25)

Т а б л и ц а 1. Функционалы и ограничения на трёх режимах оптимизационного проектирования

Режим	Целевой функционал	Ограничения
1	$F_1^{(1)}(\mathbf{x}), F_2^{(1)}(\mathbf{x})$	$\varphi_1^{(1)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_2^{(1)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_3^{(1)}(\mathbf{x}) \leq 0$
2	$F_1^{(2)}(\mathbf{x}), F_2^{(2)}(\mathbf{x})$	$\varphi_1^{(2)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_2^{(2)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_3^{(2)}(\mathbf{x}) \leq 0$
3	$F_1^{(3)}(\mathbf{x}), F_2^{(3)}(\mathbf{x})$	$\varphi_1^{(3)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_2^{(3)}(\mathbf{x}) \leq 0, \varphi_3^{(3)}(\mathbf{x}) \leq 0$

Здесь указаны параметры работы натурной гидротурбины. Оптимизационные расчёты проводились в приведённых параметрах.

Структура критериев качества и ограничений проектируемой гидротурбины на этих трёх режимах представлена в табл. 1. В качестве первого целевого функционала $F_1^{(l)}(\mathbf{x})$ на каждом режиме l задавался функционал (21).

Функционалы $F_2^{(l)}(\mathbf{x})$ определялись, как и в (25), по линейаризациям (23) профилей осевой скорости $C_z(\mathbf{x}, r)$ в сечении S (см. рис. 8).

Ограничения

$$\begin{aligned}\varphi_1^{(l)}(\mathbf{x}) &\equiv Q^{(l)}(\mathbf{x}) - Q_{\Pi}^{(l)} \leq 0, \\ \varphi_2^{(l)}(\mathbf{x}) &\equiv Q_{\Pi}^{(l)} - Q^{(l)}(\mathbf{x}) \leq 0\end{aligned}$$

сохраняли рассчитываемый расход $Q^{(l)}(\mathbf{x})$ внутри допустимой окрестности

$$Q_{\Pi}^{(l)} \leq Q^{(l)}(\mathbf{x}) \leq Q_{\Pi}^{(l)}$$

расхода $Q^{(l)}$, соответствующего режиму l . Значения $Q_{\Pi}^{(l)}$ и $Q_{\Pi}^{(l)}$ были соответственно на 5 % меньше и на 5 % больше заданного $Q^{(l)}$. Например, на режиме 3 — максимального КПД — приведённый расход $Q^{(3)}(\mathbf{x})$ находился в отрезке $[Q_{\Pi}^{(3)}, Q_{\Pi}^{(3)}] = [0.726, 0.806]$.

Ограничения

$$\varphi_3^{(l)}(\mathbf{x}) \equiv S_{\text{кав}}/S_{\text{тыльн}} - 0.15 \leq 0$$

не позволяли площади $S_{\text{кав}}$ с давлением, меньшим давления насыщенного пара, превышать площади тыльной стороны лопасти $S_{\text{тыльн}}$ больше чем на 15 %.

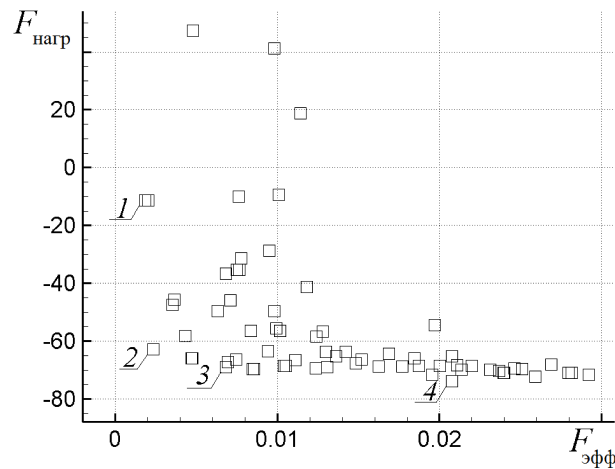


Рис. 9. Фронт Парето с выбранными на нём точками (1–4) для анализа

Пространство \mathbf{X} (4) состояло из геометрий (1), полученных варьированием угловых координат срединной поверхности лопасти $\vartheta_1, \dots, \vartheta_{16}$. Причём варьировалась не сама угловая координата, а её отклонение от угловой координаты прототипа. В этом случае прототип всегда содержится в множестве допустимых форм \mathbf{X} : $\vartheta_1 = 0, \dots, \vartheta_{16} = 0$. Форма RZ -проекции рабочего колеса и распределения толщин его лопасти сохранялись такими же, как у прототипа. Пределы варьирования параметров угловой координаты (фазовые ограничения) составляли

$$-3^\circ \leq \vartheta_1 \leq 3^\circ, \dots, -3^\circ \leq \vartheta_8 \leq 3^\circ, \quad -5^\circ \leq \vartheta_9 \leq 5^\circ, \dots, -5^\circ \leq \vartheta_{16} \leq 5^\circ.$$

Для визуализации найденного решения оптимизационной задачи с его шестимерного фронта Парето были взяты геометрии \mathbf{x} и на них вычислены выражения

$$\begin{aligned} F_{\text{эфф}}(\mathbf{x}) &= F_1^{(1)}(\mathbf{x}) + F_1^{(2)}(\mathbf{x}) + F_1^{(3)}(\mathbf{x}), \\ F_{\text{нагр}}(\mathbf{x}) &= F_2^{(1)}(\mathbf{x}) + F_2^{(2)}(\mathbf{x}) + F_2^{(3)}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (26)$$

По функциям (26) построен обобщённый фронт Парето, представленный на рис. 9. Точка, соответствующая прототипу, оказалась за пределами выделенного на рисунке для фронта Парето поля, переместившись правее и выше от него.

4.1. Эффективность спроектированных геометрий

На рис. 10 приведены зависимости КПД η от приведённого расхода для прототипа, геометрий с фронта Парето и требуемая на интервале их изменения, соответствующего интервалу мощности от 200 до 350 МВт. Видно, что взаимное расположение символов отвечает иерархии выбранных с фронта Парето геометрий относительно шкалы для $F_{\text{эфф}}$.

4.2. Анализ спроектированной геометрии на интенсивность вихревого жгута

В данном разделе проводится сравнительный анализ прототипа и одной из геометрий с фронта Парето, имеющей минимальное значение $F_{\text{нагр}}$. Эта геометрия обозначена на фронте (см. рис. 9) цифрой 4 и будет далее называться “оптимальной”.

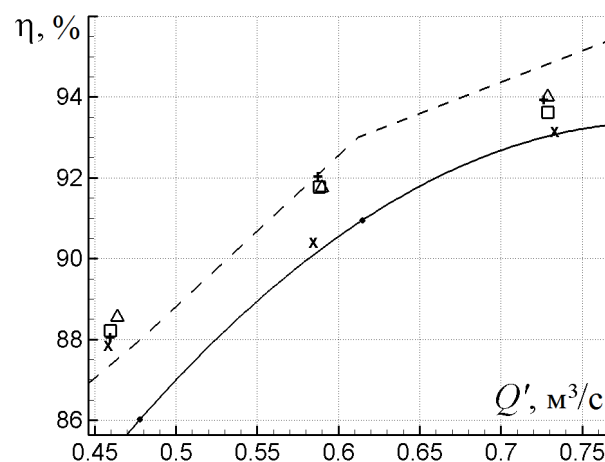


Рис. 10. Зависимости КПД $\eta(Q')$: сплошная линия — для прототипа, штрих — требуемая $\eta^*(Q')$ для четырёх геометрий с фронта Парето: Δ — 1, + — 2, \square — 3, x — 4

Т а б л и ц а 2. Углы (в градусах) линеаризаций профилей осевой скорости (функционал F_2) у прототипа и оптимальной геометрии

Режимы	1	2	3
Прототип	76.5	71.1	4.3
Оптимальная геометрия	66.6	-62.3	-78.1

На рис. 11 представлены профили осевой составляющей скорости за лопастями рабочего колеса у прототипа и оптимальной геометрии (сплошные линии) и их линеаризации (штрих). В табл. 2 приведены значения функционала F_2 для прототипа и оптимальной геометрии для каждого режима. Видно, что в оптимальной геометрии поток за лопастями рабочего колеса имеет более правильную, чем у прототипа, структуру с точки зрения минимизации интенсивности прецессии вихря.

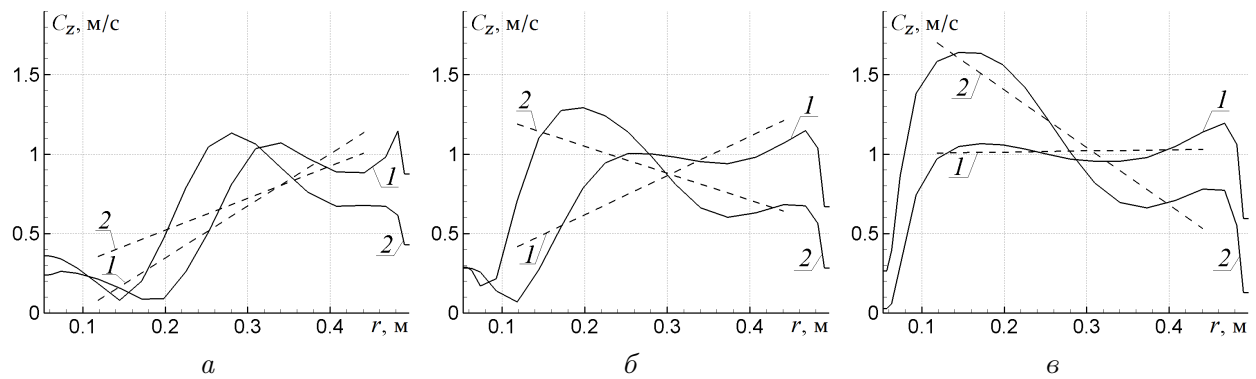


Рис. 11. Профили осевой составляющей скорости (сплошные линии — до линеаризации, пунктир — линеаризованные) у прототипа (1) и оптимальной геометрии (2) в сечении S (см. рис. 8) на режимах 1 (а), 2 (б) и 3 (в)

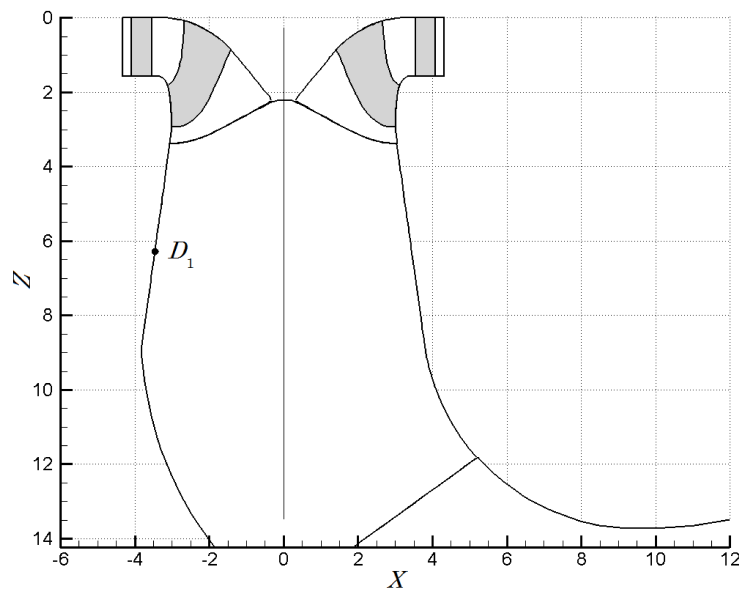


Рис. 12. Расположение точки D_1 , выбранной для анализа пульсаций давления

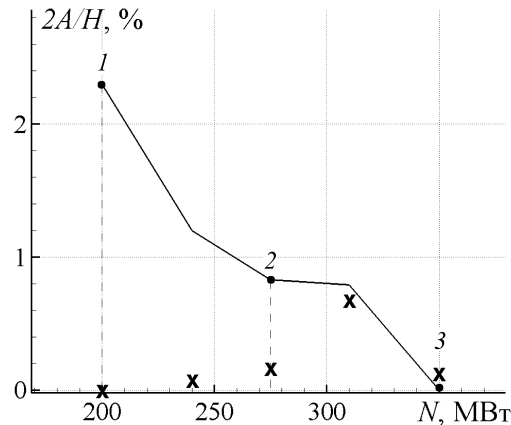


Рис. 13. Амплитуды пульсаций давления в точке D_1 конуса отсасывающей трубы в прототипе (сплошная кривая) и в оптимальной геометрии (x); 1–3 — оптимизируемые режимы работы

В направляющем аппарате, рабочем колесе и отсасывающей трубе прототипа и оптимальной геометрии проведены расчёты нестационарных турбулентных течений на трёх режимах оптимизации геометрии и на двух дополнительных режимах — 240 и 310 МВт. Анализировались пульсации давления в точке D_1 на поверхности конуса отсасывающей трубы (рис. 12).

Результаты анализа пульсаций давления приведены на рис. 13. Видно, что оптимальная геометрия имеет пониженную интенсивность прецессии вихревого жгута. При этом только на режиме $N = 310$ МВт, на котором оптимизация не производилась, амплитуда пульсаций в случае оптимальной геометрии незначительно меньше, чем у прототипа.

Перестройки структур течений в прототипе и оптимальной геометрии при переходе от режима неполной загрузки к режиму максимального КПД показаны на рис. 14–16 (здесь пульсации давления в точке D_1 (a), их спектр (б) и вихревой жгут (в) на трёх режимах, полученные для прототипа — верхняя группа рисунков на каждом режиме, и оптимальной геометрии — нижняя группа рисунков на каждом режиме). Наблюдается несколько увеличенная частота прецессии вихревой структуры в оптимальной геометрии по сравнению с прототипом.

5. Эффективность и ускорение параллельного оптимизационного алгоритма

В задачах оптимизационного проектирования элементов гидротурбин основное время занимает гидродинамический расчёт. Поэтому одним из возможных способов сокращения времени счёта является распараллеливание процесса решения уравнений движения жидкости. В работе построен способ параллельной реализации генетического алгоритма по принципу главный-подчинённый, когда один из процессоров системы определяется как управляющий, а все остальные — как подчинённые. Главный согласует работу и взаимодействие подчинённых, на нём выполняются основные операции генетического алгоритма, такие как селекция, скрещивание, мутация и клонирование, а на управляемых происходит вычисление значений функционалов. При такой реализации алгоритма требуется пересылать минимальный объём информации между процессорами.

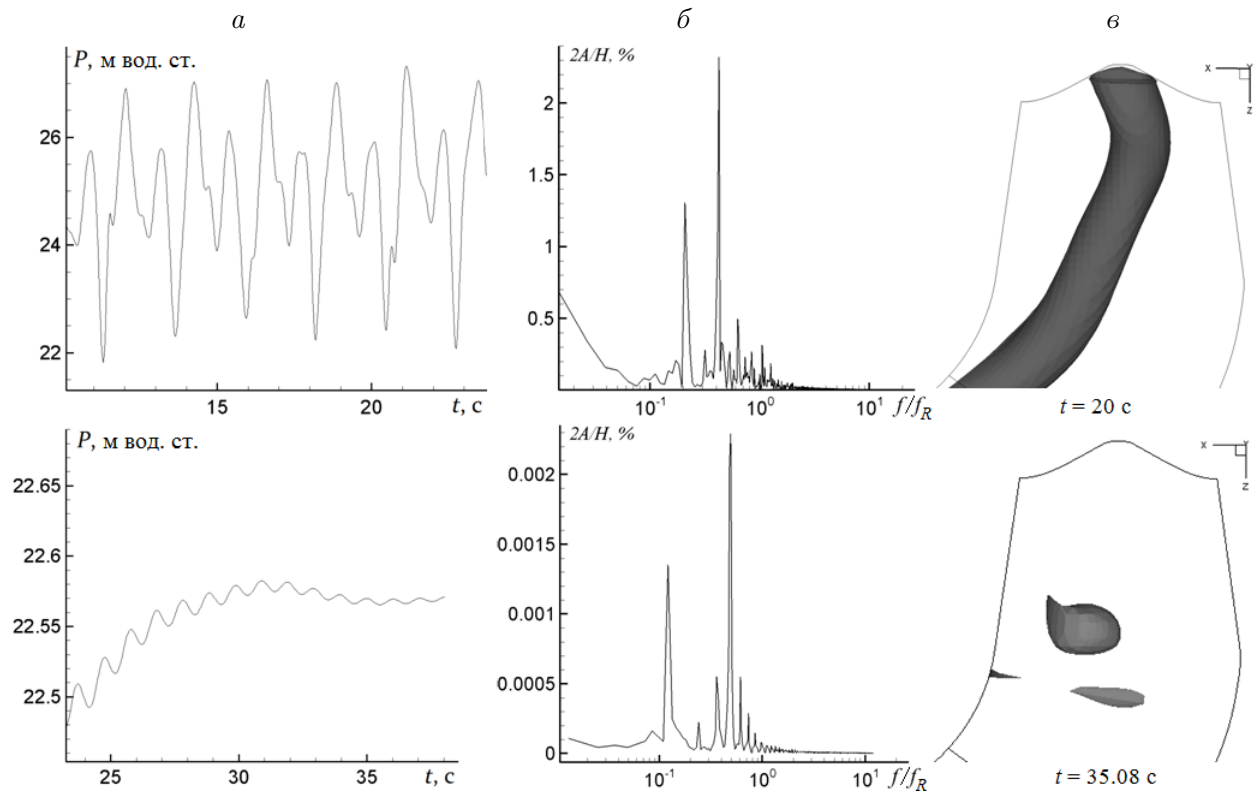


Рис. 14. Перестройки структур течений в режиме 200 МВт

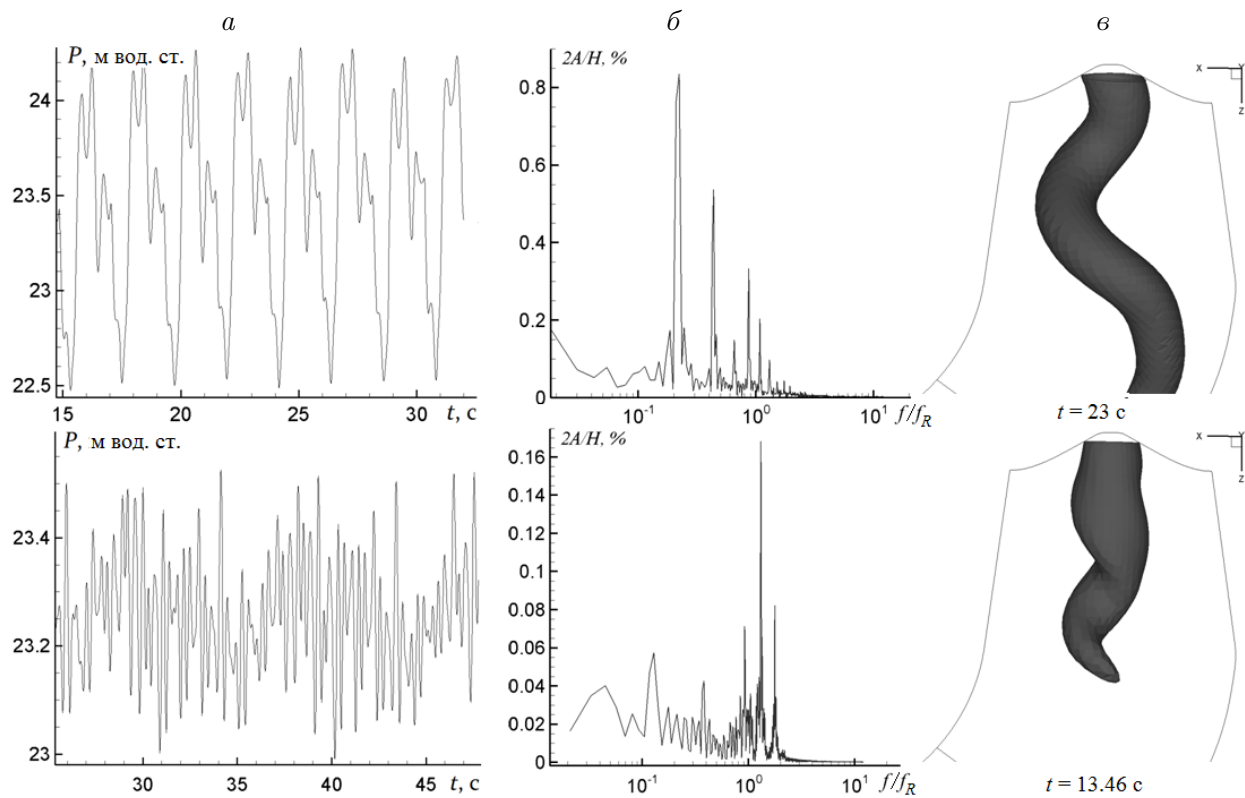


Рис. 15. Перестройки структур течений в режиме 275 МВт

Подчинённому необходимо получить значения вектора \mathbf{x} , состоящего из N чисел, и вернуть главному M значений рассчитанных функционалов и K значений гидродинамических ограничений.

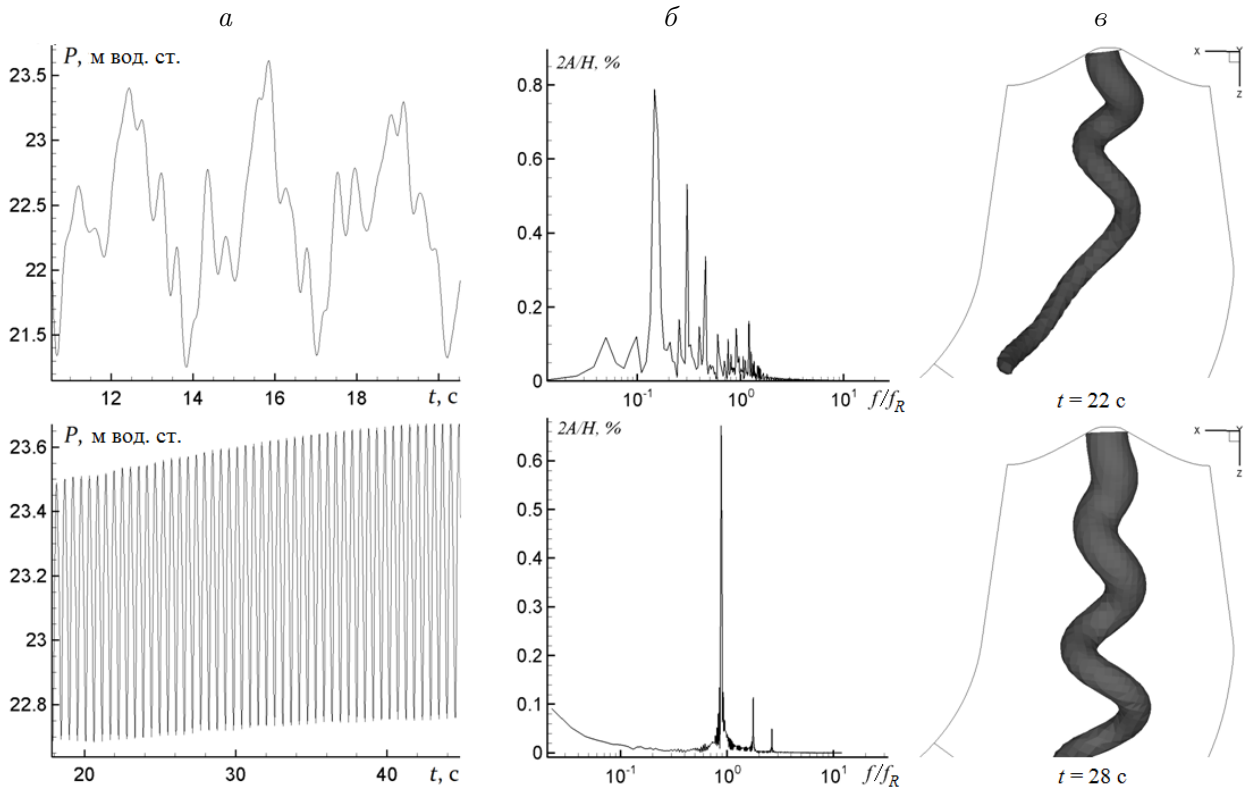


Рис. 16. Перестройки структур течений в режиме 310 МВт

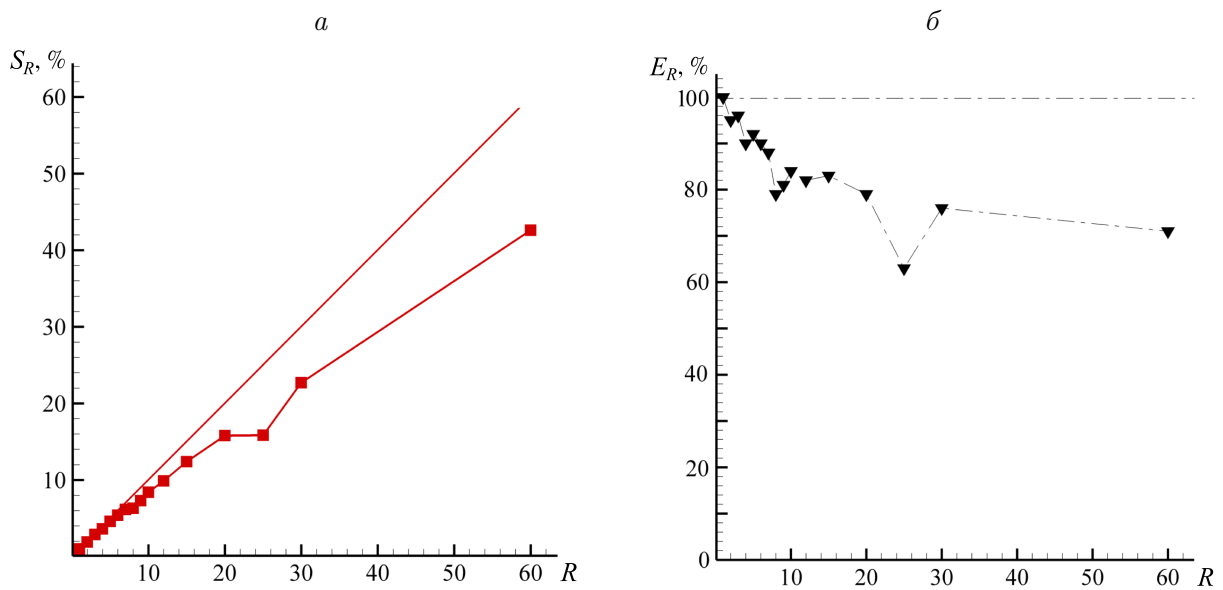


Рис. 17. *a* — ускорение счёта: сплошная линия — идеальное $S_{I,R}$, ■ — полученное S_R ; *б* — параллельная эффективность счёта: штрихпунктир — идеальная $E_{I,R}$, ▼ — полученная E_R

Эффективность построенного параллельного оптимизационного алгоритма измерялась на кластере ИВМиМГ СО РАН МВС-1000 с 64 процессорами DEC Alpha 21264 (667 МГц). Для получения оценки ускорения времени оптимизации рассчитывалось одно поколение, состоящее из 60 геометрий рабочих колёс. Ускорение счёта S_R и параллельная эффективность E_R алгоритма равны соответственно $S_R = T_1/T_R$, $E_R = S_R/R$, где T_R — время счёта на R процессорах. В идеальном случае $S_{I,R} = R$, $E_{I,R} = S_{I,R}/R = 1$. На рис. 17 представлены эти зависимости от числа используемых процессоров. Как видно, при использовании до 6 процессоров параллельная эффективность алгоритма составляет более 90 %, а в случае до 20 процессоров не падает ниже 80 %. Снижение производительности при использовании 8, 9 и 25 процессоров объясняется неравномерным разделением поколения из 60 индивидуумов на задействованное количество процессоров. Отметим, что уменьшение параллельной эффективности связано в основном с неравномерной загрузкой процессоров, возникающей вследствие различного времени, требуемого для получения стационарного решения при гидродинамическом расчёте. Для каждого гидродинамического расчёта в качестве начальных данных используются поля скоростей и давления, полученные при расчёте предыдущей геометрии, тем самым время расчёта не фиксировано и для близких геометрий может существенно уменьшаться.

Заключение

В работе представлена методика оптимизационного проектирования проточного тракта гидротурбины, основанная на минимизации потерь энергии и амплитуды пульсаций давления в отсасывающей трубе одновременно на нескольких режимах её работы. Критерий эффективности заключается в непосредственном вычислении КПД в широком диапазоне режимов на основе экономичной комбинированной методики. Критерий уменьшения амплитуды пульсаций давления состоит в формировании осевой составляющей скорости на входе в отсасывающую трубу с монотонным ростом её профиля к оси рабочего колеса. В результате решения оптимизационной задачи спроектирована геометрия лопасти рабочего колеса с улучшенными энергетическими и пульсационными характеристиками в широком диапазоне режимов работы гидротурбины.

Список литературы

- [1] Банников Д.В., Чёрный С.Г., Чирков Д.В. и др. Оптимизационное проектирование формы проточной части гидротурбины и анализ течения в ней // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15, № 5. С. 73–94.
- [2] PILEV I.M., SOTNIKOV A.A., RIGIN V.E. ET AL. Multiobjective optimal design of runner blade using efficiency and draft tube pulsation criteria // 26th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. Beijing, 2012. P. 1–8.
- [3] Чёрный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н. и др. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
- [4] ПЫЛЕВ И.М., МАЛЫШЕВ А.К., ЧЁРНЫЙ С.Г., СКОРОСПЕЛОВ В.А. Оптимизационное проектирование проточных частей гидротурбин // Тяжёлое машиностроение. 2007. № 4. С. 10–13.

- [5] Банников Д.В., Есипов Д.В., Чёрный С.Г., Чирков Д.В. Оптимизационное проектирование ротора гидротурбины по критериям эффективность-прочность // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 4. С. 651–658.
- [6] Банников Д.В., Чёрный С.Г., Чирков Д.В. и др. Оптимизационное проектирование лопасти гидротурбины, обеспечивающей минимальные динамические нагрузки на конструкцию // Тр. Междунар. конф. “Современные проблемы прикладной математики и механики: Теория, эксперимент и практика”, посвящённой 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко. Новосибирск: НТЦ “Информрегистр”, 2011. http://conf.nsc.ru/files/conferences/niknik-90/fulltext/37922/47393/tezis_bannikov_extended.pdf
- [7] Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Издательский дом “Вильямс”, 2007. 912 с.

*Поступила в редакцию 29 ноября 2013 г.,
с доработки — 15 января 2013 г.*