

Итерационный численный алгоритм решения краевой задачи по определению эволюции сигнала и накачки в усиливающей оптической среде

С. А. ЕФРЕМОВ^{1,2,*}, О. В. ШТЫРИНА^{1,2}, С. Б. МЕДВЕДЕВ^{1,2}

¹Новосибирский государственный университет, Россия

²Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия

*Контактный e-mail: efremov.math@gmail.com

Для краевой задачи с системой балансных уравнений, описывающих энергетический баланс внутри усиливающей среды, как альтернатива методу стрельбы построен и реализован численный итерационный метод. С помощью данного алгоритма проведена оптимизация мощности выходного излучения для двух лазерных конфигураций: кольцевой и линейной. На основе разработанного численного метода построено аналитическое приближение. Показана применимость аналитического приближения для предварительной оптимизации, а также для старта численного алгоритма.

Ключевые слова: волоконный лазер, активная среда, усиление, накачка.

Введение

Существует большое количество видов волоконных лазеров, и их разработка все чаще требует применения численных методов, нацеленных на многопараметрическую оптимизацию их характеристик [1–3]. Один из вариантов проведения такой оптимизации — применение численного моделирования лазерных систем, однако оно требует достаточно больших временных затрат; ввиду этого актуален вопрос использования аналитических методов для описания эволюции излучения в лазерных резонаторах различных типов [4, 5]. Целью работы является разработка эффективного численного метода для нахождения устойчивых режимов генерации лазера.

При численном решении задачи о нахождении устойчивых режимов генерации в усиливающей среде волоконного лазера рассматривают балансную систему уравнений [6], которая в свою очередь описывает распределение мощности сигнала и накачки вдоль волокна:

$$\frac{dS^\pm(z)}{dz} = \pm \left[\alpha_s \left(\frac{\mu P(z) + S(z)}{1 + P(z) + S(z)} - 1 \right) - q_s \right] S^\pm(z), \quad (1)$$

$$\frac{dP^\pm(z)}{dz} = \pm \left[\frac{\alpha_p}{\mu} \left(\frac{\mu P(z) + S(z)}{1 + P(z) + S(z)} - \mu \right) - q_p \right] P^\pm(z) \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} P_0^+ &= P^+(0), & P_L^- &= P^-(L), \\ S_0^+ &= S^+(0), & S_L^- &= S^-(L), \end{aligned} \quad (3)$$

где $S = S^+ + S^-$, $P = P^+ + P^-$. Здесь $P = P_P[\text{Вт}]/P_P^{\text{sat}}[\text{Вт}]$ и $S = P_S[\text{Вт}]/P_S^{\text{sat}}[\text{Вт}]$ — мощность накачки и сигнала соответственно; знаки “+” или “-” обозначают направление распространения излучения; P_S^{sat} — мощность насыщения сигнала; P_P^{sat} — мощность насыщения накачки; T_{RT} — время, за которое сигнал делает полный обход резонатора и возвращается в исходную точку.

Длина волны излучения [6] на выходе λ_S равна 1083 нм, а длина волны накачки λ_P составляет 910 нм, коэффициенты поглощения сигнала и накачки сечением волокна выбраны $\alpha_S = 0.062 \text{ м}^{-1}$, $\alpha_P = 0.115 \text{ м}^{-1}$ соответственно. Мощности насыщения сигнала P_S^{sat} и накачки P_P^{sat} составляют 0.055 и 4.9 Вт соответственно, отсюда безразмерный параметр

$$\mu = \frac{\lambda_P \alpha_P P_P^{\text{sat}}}{\lambda_S \alpha_S P_S^{\text{sat}}}.$$

При нулевых линейных потерях $q_S = q_P = 0$ система (1), (2) имеет аналитическое решение [7, 8]. Если хотя бы один из указанных коэффициентов отличен от нуля, система не может быть решена аналитически точно. Поэтому наличие ненасыщенных потерь q_S и q_P значительно усложняет решение рассматриваемой системы, поскольку в этом случае требуется разработка и применение численных методов. Но характерные значения данных величин для такого рода задач достаточно велики, поэтому их следует учитывать. Значения ненасыщенных потерь выбраны следующим образом: $q_S = q_P = 0.75 \text{ дБ/м}$ [9]. Длина активного волокна обозначена через L .

Система (1) и (2) состоит из четырех нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка и представляет собой краевую задачу. Традиционно для ее решения используется метод стрельбы, представляющий собой комбинацию итерационного и разностного методов. Данный алгоритм чувствителен к граничным условиям и требует большого вычислительного времени. Поэтому целесообразно применение теоретического анализа динамики излучения и баланса энергии в активной среде для разработки эффективных численных методов, позволяющих ускорить процесс вычислений.

1. Общая постановка. Численный метод

Из системы (1) и (2) можно получить следующие интегрируемые соотношения:

$$\frac{dS^+(z)}{S^+(z)} = -\frac{dS^-(z)}{S^-(z)}, \quad \frac{dP^+(z)}{P^+(z)} = -\frac{dP^-(z)}{P^-(z)}, \quad (4)$$

$$\frac{dS^+}{S^+} - \zeta \frac{dP^+}{P^+} = \phi dz, \quad (5)$$

где $\phi = \alpha_S(\mu - 1) + \zeta q_P - q_S$, $\zeta = \mu \frac{\alpha_S}{\alpha_P}$, $\mu = \frac{\lambda_P \alpha_P P_P^{\text{sat}}}{\lambda_S \alpha_S P_S^{\text{sat}}}$.

Обозначим через функцию $G(z)$ распределение усиления мощности сигнала вдоль волокна:

$$G(z) = \frac{S^+(z)}{S^+(0)} = \frac{S^-(L)}{S^-(z)}.$$

Тогда коэффициент полного усиления сигнала за проход вдоль активного волокна будет определяться выражением $G_S = G(L)$. Запишем общий вид решения согласно введенным обозначениям и выражениям (4) и (5):

$$S^+(z) = S_0^+ G(z), \quad S^-(z) = S_L^- \frac{G_S}{G(z)},$$

$$P^+(z) = P_0^+ (G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\}, \quad P^-(z) = P_L^- \frac{(G_S)^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\}}{(G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\}},$$

из введенных обозначений следуют граничные условия

$$G(0) = 1, \quad G(L) = G_S.$$

С учетом всех введенных обозначений и полученных интегральных соотношений задачи (1) и (2), состоящую из четырех нелинейных дифференциальных уравнений, удалось свести к краевой задаче вида

$$\frac{dG(z)}{dz} = \left[\alpha_s \left(\frac{\mu P(z) + S(z)}{1 + P(z) + S(z)} - 1 \right) - q_s \right] G(z) = F(G(z), G_S, z) =$$

$$= H(G(z), S^+(0), z), \quad G(0) = 1, \quad G(L) = G_S, \quad (6)$$

где

$$S(z) = S_0^+ G(z) + S_L^- \frac{G_S}{G(z)}, \quad P(z) = P_0^+ (G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\} + P_L^- \frac{(G_S)^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\}}{(G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\}}.$$

Здесь обозначения функций $F(G(z), G_S, z)$ и $H(G(z), S^+(0), z)$ введены для удобства и пригодятся позднее для описания численного алгоритма. Так как в (6) неизвестно G_S , для решения задачи необходимо использовать итерационный процесс. Ниже опишем итерационный алгоритм решения краевой задачи (6), основанный на методе Рунге—Кутты четвертого порядка.

Начальное приближение G_S . Из (6) рассмотрим область больших значений сигнала, т. е. $(S_0^+ + S_L^-) \gg (P_0^+ + P_L^-)$. Тогда минимальное значение усиления сигнала G_S определяется выражением

$$G_S^{\min} = \exp \{ -q_s L \}.$$

Так как большинство рассматриваемых задач описывает генерацию излучения в режиме насыщенного усиления сигнала, в качестве начального приближения усиления сигнала эффективно использовать именно минимальное значение, т. е.

$$G_S^0 = G_S^{\min}.$$

Итерационный процесс. На каждой итерации новое распределение усиления сигнала вдоль активного волокна вычисляется при помощи метода Рунге — Кутты четвертого порядка, который для данной задачи имеет вид

$$\begin{aligned} G^{i+1}(z_{n+1}) &= G^{i+1}(z_n) + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \\ k_1 &= F(G^{i+1}(z_n), G_S^i, z_n), \\ k_2 &= F\left(G^{i+1}(z_n) + \frac{h}{2}k_1, G_S^i, z_n + \frac{h}{2}\right), \\ k_3 &= F\left(G^{i+1}(z_n) + \frac{h}{2}k_2, G_S^i, z_n + \frac{h}{2}\right), \\ k_4 &= F(G^{i+1}(z_n) + hk_3, G_S^i, z_n + h). \end{aligned}$$

Здесь $h = L/N_z$ — шаг сетки; N_z — количество узлов. Когда на данной итерации известно полное распределение усиления, следующее приближение полного усиления находится согласно выражению

$$G_S^{i+1} = G^{i+1}(L).$$

Условие остановки итерационного процесса. Данный итерационный процесс продолжается до достижения требуемой относительной погрешности ε , определяемой выражением

$$\frac{|G_S^i - G_S^{i+1}|}{G_S^i} < \varepsilon.$$

2. Краевая задача для лазерных конфигураций.

Численный метод

В предыдущем разделе краевая задача (1) и (2) рассматривалась с граничными условиями (3), где численный метод строился достаточно легко. Но на практике значения генерируемой мощности излучения неизвестны. Иными словами, неизвестны значения $S^+(0)$ и $S^-(L)$. С другой стороны, возможно изначально определить значение усиления сигнала G_S за проход вдоль активного волокна, которое, вообще говоря, для разных конфигураций резонаторов различно. В данной работе рассматриваются два основных типа резонаторов: кольцевой и линейный.

Введем величину общих потерь внутри резонатора Σ , она описывает общие потери мощности сигнала в устройстве: тепловые потери на различных элементах конструкции, оптические потери внутри волокна, потери на устройствах вывода (WDM-ответвителях, линзах, оптических решетках) и т. д. Стоит отметить, что необходимым условием устойчивого режима генерации в оптическом резонаторе, независимо от его типа, является баланс потерь и усиления.

Рассмотрим кольцевой резонатор. В резонаторах данного типа благодаря наличию оптического изолятора, блокирующего встречное излучение, сигнал в активной среде распространяется лишь в одном направлении. Для таких конфигураций (рис. 1, а) справедливо выражение

$$S^+(0)G_S\Sigma = S^+(0)G_S R_{out}R_S = S^+(0),$$

где известны коэффициенты прохождения ответвителя R_{out} и пассивного волокна PF R_S . Окончательно запишем

$$G_S = \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{R_S R_{out}}. \quad (7)$$

В активной среде линейного резонатора сигнал распространяется в обоих направлениях, поэтому для данного типа конфигурации, согласно схематичному изображению на рис. 1, б, верны выражения

$$S^+(0) = S^+(0)G_S^2\Sigma = S^+(0)G_S^2R^+R^-, \quad S^-(L) = S^-(L)G_S^2\Sigma = S^-(L)G_S^2R^-R^+,$$

где R^+ и R^- — коэффициенты отражения прямого сигнала на правом и обратного сигнала на левом торцах резонатора, следовательно:

$$G_S = \frac{1}{\sqrt{\Sigma}} = \frac{1}{\sqrt{R^-R^+}}. \quad (8)$$

В дальнейшем нам понадобится запись дифференциального уравнения (6) в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \ln \{G(z)\} + S^+(0) \left(G(z) - 1 + q_S \int_0^z G(z) dz \right) + S^-(L) G_S \left(1 - \frac{1}{G(z)} + q_S \int_0^z \frac{1}{G(z)} dz \right) + \\ + \zeta \left[P_0^+ \left(G_P(z) - 1 + q_P \int_0^z G_P(z) dz \right) + P_L^- G_P(L) \left(1 - \frac{1}{G_P(z)} + q_P \int_0^z \frac{1}{G_P(z)} dz \right) \right] + \\ + (\alpha_S + q_S)z = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $G_P(z) = (G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\}$.

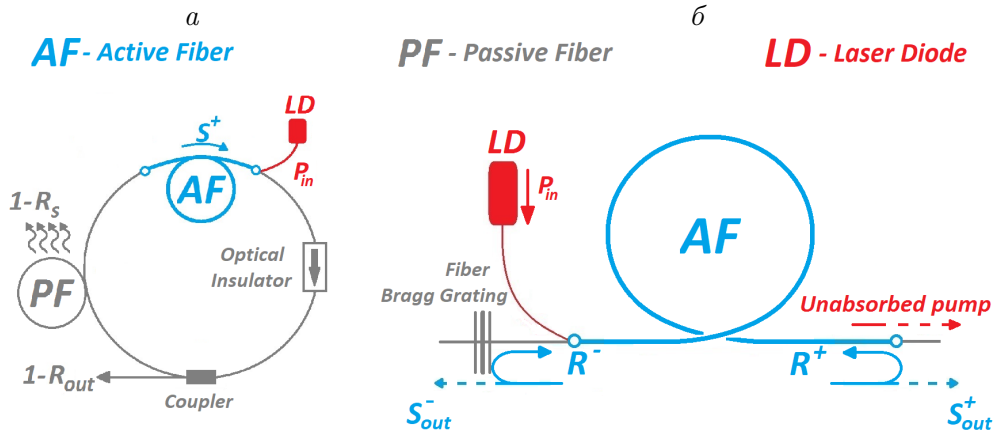


Рис. 1. Конструкции оптических резонаторов: *a* — кольцевой, *б* — линейный (резонатор Фабри—Перо): R_{out} и R_S — коэффициенты прохождения ответвителя и пассивного волокна; R^+ и R^- — коэффициенты отражения прямого сигнала на правом и обратного сигнала на левом торцах линейного резонатора

Далее определим граничные условия для кольцевой и линейной конфигураций. Из (7) для кольцевого резонатора граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} P_0^+ &= P^+(0), & P_L^- &= P^-(L), \\ S^+(0)G_S &= S^+(L), & S^-(L) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (8) для линейного резонатора граничные условия запишутся так:

$$\begin{aligned} P_0^+ &= P^+(0), & P_L^- &= P^-(L), \\ S^+(0)G_S R^+ &= S^-(L), & S^-(L)G_S R^- &= S^+(0). \end{aligned} \quad (11)$$

Для кольцевого резонатора из уравнения (9) и граничных условий (10) выпишем выражение для мощности сигнала:

$$\begin{aligned} S^+(0) = Y_R(G(z)) &= -\frac{1}{(G_S - 1) + q_S \int_0^L G(z) dz} \left[\ln \{G_S\} + (\alpha_S + q_S) L + \right. \\ &+ \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\} - 1 + q_P \int_0^L (G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\} dz \right) \left. \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда аналогично для линейной конфигурации из (9) и (11) получим выражения

$$\begin{aligned} S^+(0) = Y_L(G(z)) &= -\frac{1}{(1 + G_S R^+) \left((G_S - 1) + q_S \int_0^L G(z) dz \right)} \left[\ln \{G_S\} + (\alpha_S + q_S) L + \right. \\ &+ \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\} - 1 + q_P \int_0^L (G(z))^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} z \right\} dz \right) \left. \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Ниже опишем итерационный алгоритм решения краевой задачи (6) с граничными условиями (10) или (11), также основанный на методе Рунге — Кутты четвертого порядка.

Начальное приближение $S^+(0)$. С целью определения начального приближения $S^+(0)^0$ для обеих конфигураций воспользуемся выражениями (12) и (13) в отсутствие ненасыщенных потерь, т. е. $q_S = q_P = 0$. В таком случае система (6) имеет аналитическое решение [7, 8]. Полученные значения наиболее подходят для старта итерационного процесса из имеющихся аналитических оценок. Ввиду вышесказанного для кольцевого резонатора начальное приближение мощности сигнала вычисляется с помощью выражения

$$S^+(0)^0 = -\frac{\ln \{G_S\} + \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\} - 1 \right) + (\alpha_S + q_S) L}{G_S - 1}.$$

Аналогично для линейной конфигурации резонатора:

$$S^+(0)^0 = - \frac{\ln \{G_S\} + \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp \left\{ -\frac{\phi}{\zeta} L \right\} - 1 \right) + (\alpha_S + q_S) L}{(1 + G_S R^+) (G_S - 1)}.$$

Итерационный процесс. В терминах Рунге – Кутты из (6) запишем

$$\begin{aligned} G^i(z_{n+1}) &= G^i(z_n) + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad k_1 = H(G^i(z_n), S^+(0)^i, z_n), \\ k_2 &= H\left(G^i(z_n) + \frac{h}{2}k_1, S^+(0)^i, z_n + \frac{h}{2}\right), \\ k_3 &= H\left(G^i(z_n) + \frac{h}{2}k_2, S^+(0)^i, z_n + \frac{h}{2}\right), \\ k_4 &= H(G^i(z_n) + hk_3, S^+(0)^i, z_n + h). \end{aligned}$$

Здесь $h = L/N_z$ – шаг сетки, N_z – количество узлов. Тогда из выражений (12) и (13) для кольцевого резонатора

$$S^+(0)^{i+1} = Y_R(G^i(z))$$

и для линейной конфигурации лазера

$$S^+(0)^{i+1} = Y_L(G^i(z)).$$

Условие остановки итерационного процесса. Данный итерационный процесс продолжается до достижения требуемой относительной погрешности ε , определяемой выражением

$$\frac{|G_S - G^i(L)|}{G_S} < \varepsilon.$$

3. Оптимизация

Целью проведения оптимизации является максимизация мощности выходного излучения сигнала. Поэтому будем решать краевую задачу (6) с граничными условиями вида (10) и (11). Для начала при моделировании использовано устройство накачки мощностью до 150 мВт [9]. Выходная мощность излучения в размерных единицах (Вт) для кольцевой конфигурации (рис. 1, а) определяется выражением

$$S_{out}^+ = P_S^{sat} S^+(0) G_S (1 - R_{out}),$$

для линейной (рис. 1, б) – выражением

$$S_{out}^- = P_S^{sat} S^+(0) G_S^2 R^+ (1 - R^-), \quad S_{out}^+ = P_S^{sat} S^+(0) G_S (1 - R^+).$$

Из рис. 2 и 3 видно, что при такой малой мощности накачки область устойчивой генерации недостаточно большая и достигается при малых потерях. Полученная максимальная мощность выходного излучения также невелика и в данном случае составляет всего 6.0 мВт для кольцевого и 6.02 мВт для линейного резонаторов.

Возьмем для численного эксперимента параметры устройства накачки [6], максимальная мощность которого составляет 23 Вт.

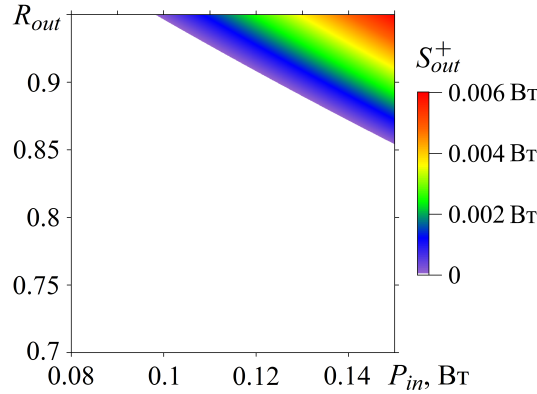


Рис. 2. График выходной мощности сигнала кольцевого резонатора S_{out}^+ в зависимости от входной мощности излучения накачки $P_{in} = P_P^{sat} P_0^+$ и коэффициента отражения излучения на ответвителе внутрь резонатора R_{out} при $R_S = 1.0$ и $L = 2.5$ м

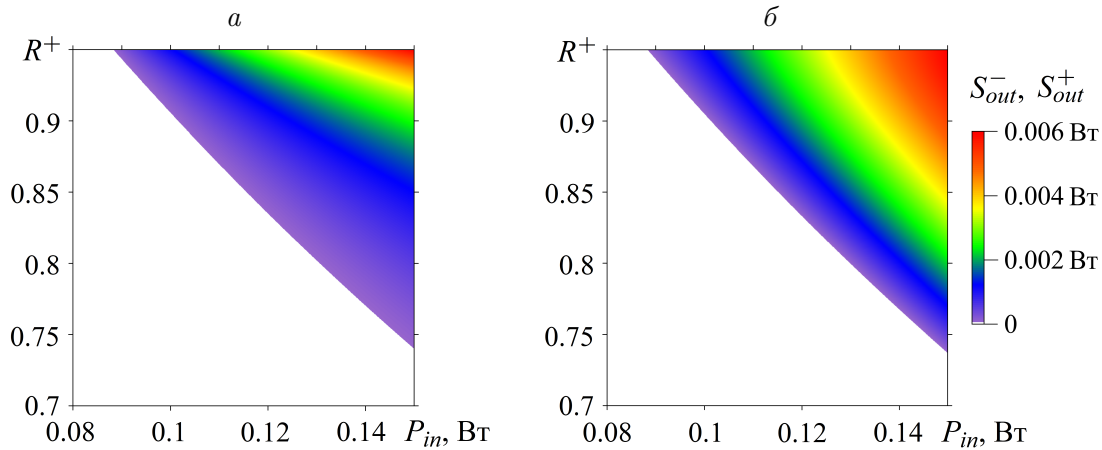


Рис. 3. График выходной мощности сигнала линейного резонатора на левом S_{out}^- (а) и правом S_{out}^+ (б) концах полости в зависимости от входной мощности излучения накачки $P_{in} = P_P^{sat} P_0^+$ и коэффициента отражения излучения внутрь резонатора на правой границе R^+ при $R^- = 0.99$ и $L = 2.5$ м

Из рис. 4 и 5 видно, что, увеличив мощность накачки, удалось не только повысить выходную мощность сигнала, но и значительно расширить область генерации, что позволяет добиться устойчивой генерации при больших потерях, нежели ранее. К тому же максимальное значение выходной мощности излучения сигнала увеличилось до 2.65 Вт для кольцевой и 2.55 Вт для линейной конфигурации лазера.

Однако, несмотря на приведенные результаты, будет ошибкой утверждать, что чем больше мощность накачки, тем выше эффективность преобразования из накачки в сигнал. Помимо технологического ограничения на величину мощности накачки, поскольку для ее генерации также требуется устройство лазерной генерации на определенной длине волны, существует еще и ограничение на применимость модели усиления. Есть основания при увеличении мощности накачки сначала ожидать изменение коэффициентов в системе дифференциальных уравнений (1) и (2), а при дальнейшем увеличении мощности возможно физическое повреждение активного волокна. Но если была бы возможность бесконечно увеличивать накачку активной среды, то наблюдалось бы насыщение истощения накачки, а это означает, что истощение накачки определено лишь

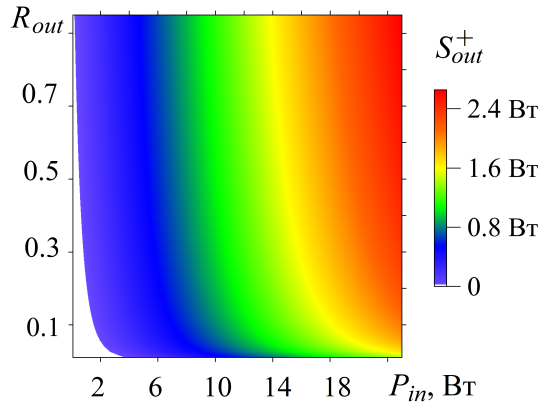


Рис. 4. График выходной мощности сигнала кольцевого резонатора S_{out}^+ в зависимости от входной мощности излучения накачки $P_{in} = P_P^{sat} P_0^+$ и коэффициента отражения излучения на ответвителе внутрь резонатора R_{out} при $R_S = 1.0$ и $L = 2.5$ м

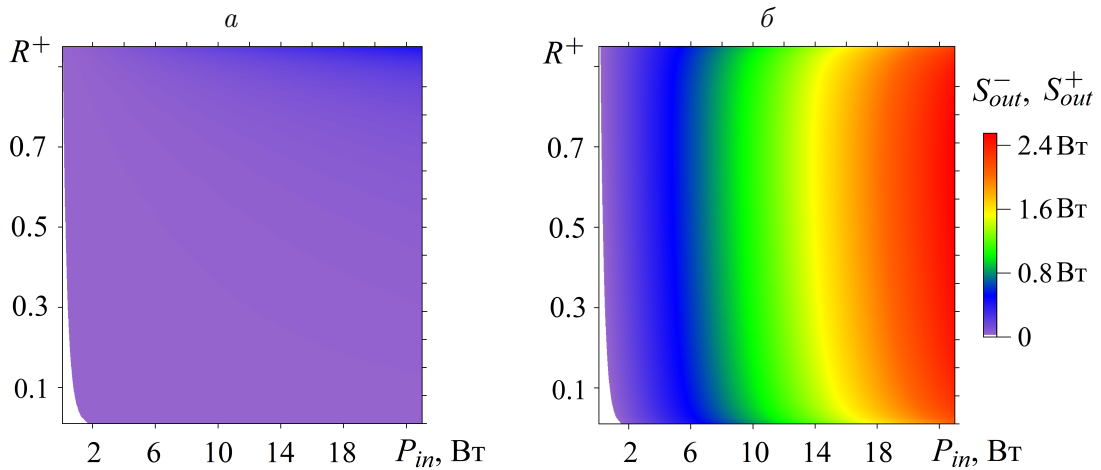


Рис. 5. График выходной мощности сигнала линейного резонатора на левом S_{out}^- (а) и правом S_{out}^+ (б) концах полости в зависимости от входной мощности излучения накачки $P_{in} = P_P^{sat} P_0^+$ и коэффициента отражения излучения внутрь резонатора на правой границе R^+ при $R^- = 0.99$ и $L = 2.5$ м

линейными потерями на длине волны накачки и не испытывает воздействия сигнала. В этом пределе из-за наличия однозначной связи усиления сигнала и истощения накачки (см. дифференциальное соотношение (5)) область генерации сначала сузится, а потом генерация прекратится.

4. Аналитическое приближение

Выше приведены две постановки краевой задачи для уравнения (6) и описаны численные методы, позволяющие находить решения достаточно быстро, но проводить оптимизацию по многим параметрам с помощью итерационных методов при большом количестве степеней свободы, которыми обладает данная модель, все же затруднительно. Хорошим решением данной проблемы является применение какого-либо подходящего аналитического приближения неизвестной функции $G(z)$, описываемой уравнением (6). В настоящей работе выбрано достаточно простое приближение, и выбор его обоснован

попыткой создания аналитического метода, позволяющего проводить оптимизацию параметров модели, значительно уменьшив время вычислений, с сохранением приемлемой точности.

Допустим, что функция $G(z)$ является экспоненциальной. С учетом условий из (6) получим $G(z) = \exp\{(\ln G_S/L)z\}$. Такой выбор функциональной зависимости позволяет аналитически получить более простые выражения для интегралов в уравнениях (12) и (13), исключая необходимость численного интегрирования.

Подставив данное приближение в соотношения (12) и (13), запишем выражения для мощности сигнала в кольцевом резонаторе

$$S^+(0) = -\frac{1}{\left(1 + \frac{q_S L}{\ln\{G_S\}}\right)(G_S - 1)} \left[\ln\{G_S\} + \right. \\ \left. + \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp\left\{-\frac{\phi}{\zeta} L\right\} - 1 \right) \left(1 + \frac{\zeta q_P L}{\ln\{G_S\} - \phi L} \right) + (\alpha_S + q_S)L \right]$$

и для линейной конфигурации

$$S^+(0) = -\frac{1}{\left(1 + \frac{q_S L}{\ln\{G_S\}}\right)(G_S - 1)(1 + G_S R^+)} \left[\ln\{G_S\} + \right. \\ \left. + \zeta (P_0^+ + P_L^-) \left(G_S^{\frac{1}{\zeta}} \exp\left\{-\frac{\phi}{\zeta} L\right\} - 1 \right) \left(1 + \frac{\zeta q_P L}{\ln\{G_S\} - \phi L} \right) + (\alpha_S + q_S)L \right].$$

В конечном счете данное аналитическое приближение позволяет быстро аппроксимировать решение задачи (6) для постановок, соответствующих различным типам лазерных резонаторов. Определим относительную погрешность мощности сигнала выражением

$$\varepsilon_S = \frac{|S_{num} - S_{anal}|}{S_{num}},$$

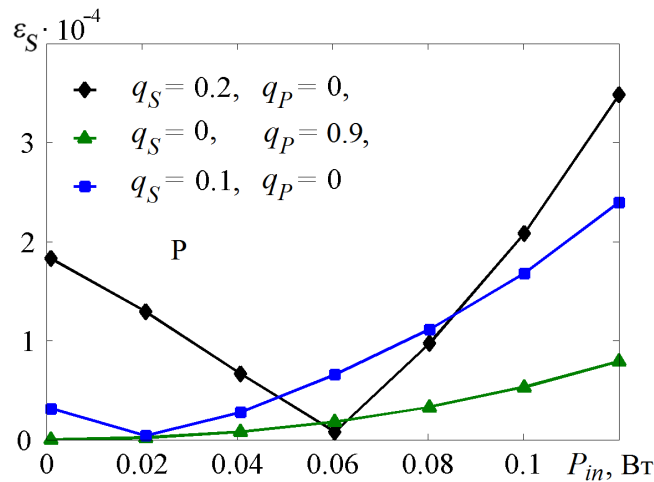


Рис. 6. График погрешности аналитического приближения для резонатора линейного типа в зависимости от входной мощности накачки для различных значений ненасыщенных потерь при $L = 2.5$ м

где $S_{num} = S^+(0) + S^-(L)$ и $S_{anal} = S^+(0) + S^-(L)$ — суммы сигналов на границах, вычисленные при помощи численного алгоритма и аналитического приближения соответственно.

На рис. 6 приведен график, характеризующий точность полученного приближения на примере линейного резонатора. Из рисунка видно, что величина погрешности сильно зависит от значений ненасыщенных потерь, причем величина q_S более существенно влияет на погрешность, нежели q_P . Данный факт объясняется различием значений аналитических выражений для интегралов, стоящих перед q_S и q_P , которые и вносят погрешность. Таким образом, показана применимость аналитики для предварительного качественного анализа оптимизационных задач.

Заключение

В данной работе для поставленной краевой задачи, описывающей баланс энергии внутри усиливающей среды, построен и реализован численный итерационный алгоритм. На его основе для линейной и кольцевой лазерных конфигураций определена область устойчивой генерации и проведена оптимизация потерь на ответвителе резонатора и мощности излучения накачки с целью достижения максимальной мощности выходного сигнала. Для полученных оптимальных значений параметров резонатора найдены распределения средних мощностей сигнала и накачки внутри усиливающей среды. На основе разработанного численного алгоритма построено аналитическое приближение мощности выходного излучения сигнала. Проведена оценка точности данного приближения и показана его применимость в случае предварительного определения области генерации и оптимальных параметров излучения в резонаторах различной конфигурации.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Президентской программы “Ведущие научные школы РФ” (грант № НШ-9161.2016.9).

Список литературы / References

- [1] **Siegman, A.E.** Lasers. Mill Valley, California: Univ. Sci. Books, 1986. 1283 p.
- [2] **Kurkov, A.S., Dianov, E.M.** Moderate-power CW fiber lasers // Quantum Electronics. 2004. Vol. 34(10). P. 881–900.
- [3] **Bale, B.G., Okhotnikov, O.G., Turitsyn, S.K.** Modeling and technologies of ultrafast fiber lasers. Fiber lasers. Chapter 5 / Ed. O.G. Okhotnikov. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2012. P. 135–175. DOI: 10.1002/9783527648641.ch5.
- [4] **Turitsyn, S.K.** Theory of energy evolution in laser resonators with saturated gain and non-saturated loss // Optics Express. 2009. Vol. 17(14). P. 11898–11904.
- [5] **Yarutkina, I.A., Shtyrina, O.V., Skidin, A., Fedoruk, M.P.** Theoretical study of energy evolution in ring cavity fiber lasers // Optics Communications. 2015. Vol. 342. P. 26–29.
- [6] **Turitsyn, S.K., Bednyakova, A.E., Fedoruk, M.P., Latkin, A.I., Fotiadi, A.A., Kurkov, A.S., Sholokhov, E.** Modeling of CW Yb-doped fiber lasers with highly nonlinear cavity dynamics // Optics Express. 2011. Vol. 19, No. 9. P. 8394.
- [7] **Barnard, C., Myslinski, P., Chrostowski, J., Kavehrad, M.** Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers // IEEE J. Quantum Electronics. 1994. Vol. 30. P. 1817–1830.

- [8] Pfeiffer, T., Bullow, H. Analytical gain equation for erbium-doped fiber amplifiers including mode field profiles and dopant distribution // IEEE Photon. Technology Lett. 1992. Vol. 4. P. 449–451.
- [9] Shtyrina, O.V., Ivanenko, A.V., Yarutkina, I. A., Kemmer, A.V., Skidin, A.S., Kobtsev, S.M., Fedoruk, M.P. Experimental measurement and analytical estimation of the signal gain in an Er-doped fiber // J. of the Optical Soc. of America B. 2017. Vol. 34, No. 2. P. 227–231.

Поступила в редакцию 7 ноября 2017 г.

Iterative numerical algorithm for the boundary problem for the signal and pump evolution inside the optical gain media

EFREMOV, SEMYON A.^{1,2,*}, SHTYRINA, OLGA V.^{1,2}, MEDVEDEV, SERGEY B.^{1,2}

¹Institute of Computational Technologies SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia

²Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russia

*Corresponding author: Efremov, Semyon A., e-mail: efremov.math@gmail.com

A modern fiber laser is a complex system with a large number of parameters, so the computational process becomes more complex and the existing methods make it very expensive in terms of computational time and resources. The energy balance inside the laser cavity can be described by the system of balance equations. So due to the fact that the boundary conditions of the original boundary problem do not match the experimental data, there is a necessity for a formulation of the boundary-value problem for the given system of equations in accordance with available laser configuration. The main goal of the present paper is to make an attempt to simplify the original system of balance equations for developing more efficient numerical algorithm.

Here both numerical and analytical methods were used. The iterative methods coupled with the finite-difference method were applied for computations.

The following main results were obtained:

- The effective numerical iterative method was developed for two resonator types, namely, linear and circular.
- Based on constructional features of the circular and linear resonator types the correct boundary value problem for the system of balance equations was posed for which experimental data can easily be applied.
- The new algorithm was tailored for the formulated boundary value problem for both resonator types.

In present work it is showed that the implementation of analytical methods leads to significant simplification of computational process in some cases. While there are problems, which need to be solved as fast as it is possible, such simplification would be extremely useful.

Keywords: fiber laser, active media, gain, pump.

Acknowledgements. This research was supported by the Ministry of Education and Science of Russian Federation (grant No. IIII-9161.2016.9).

Received 7 November 2017