

Применение методов адаптивной идентификации в задаче уточнения параметров моделей радиационного давления

О. С. ЧЕРНИКОВА[†], А. С. ТОЛСТИКОВ, Ю. С. ЧЕТВЕРТАКОВА

Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

Контактный автор: Черникова Оксана С., e-mail: chernikova@corp.nstu.ru

Поступила 10 марта 2020 г., доработана 25 марта 2020 г., принята в печать 14 апреля 2020 г.

Представлены две адаптивные модификации сигма-точечного фильтра Калмана с рекуррентным оцениванием ковариационных матриц шумов системы и измерений, на основе которых выполняется процедура параметрической идентификации нелинейных непрерывно-дискретных систем. Применение процедуры адаптивной параметрической идентификации позволило вычислить с достаточной точностью оценки параметров нескольких моделей радиационного давления солнечного излучения. Полученные результаты повысили качество прогнозирования траектории движения навигационного спутника.

Ключевые слова: нелинейная стохастическая непрерывно-дискретная система, сигма-точечный фильтр Калмана, адаптивная фильтрация, параметрическая идентификация, модель движения космического аппарата, модель радиационного давления.

Цитирование: Черникова О.С., Толстикова А.С., Четвертакова Ю.С. Применение методов адаптивной идентификации в задаче уточнения параметров моделей радиационного давления. Вычислительные технологии. 2020; 25(3):35–45.

Введение

Построение математических моделей на основе результатов наблюдений за поведением объектов и исследование их свойств определяют основную задачу идентификации. На практике часто приходится работать с различными классами нелинейных динамических объектов или процессов на стадии создания систем управления этими объектами или на стадии их эксплуатации, что обуславливает актуальность проблемы построения качественных моделей в различных областях применения. Описание системы в терминах нелинейных математических моделей позволяет учитывать дополнительные факторы, обусловленные нелинейными законами природы, и проводить более качественный анализ объектов.

Для решения задачи параметрической идентификации стохастических нелинейных динамических систем наряду с другими применяется метод максимального правдоподобия. Критерий идентификации в этом случае часто записывается на основе уравнений расширенного фильтра Калмана (ЕКФ от англ. Extended Kalman Filter) [1, 2]. Несмотря на широкое применение ЕКФ, алгоритм имеет существенные недостатки. Во-первых, использование ЕКФ предполагает линеаризацию нелинейных моделей, что в отсутствие

достаточной дифференцируемости соответствующих функций либо из-за принципиальной невозможности применения техники линеаризации может привести к смещению и расхождению оценок состояния системы. Во-вторых, фильтр неустойчив к появлению аномальных наблюдений.

Остроту первой проблемы в значительной мере снимает так называемый сигма-точечный фильтр Калмана (UKF от англ. Unscented Kalman Filter) [3, 4], применение которого не предполагает проведение линеаризации, а основывается на построении определенным образом вычисленных точек (сигма-точек), которые используются при оценивании параметров распределения вектора состояния.

Со второй проблемой приходится сталкиваться при решении практических задач, когда статистические параметры шумов системы и (или) измерений определяются неточно либо совершенно неизвестны. Обычно ковариационные матрицы шумов выбираются в результате анализа эмпирических данных или моделирования различных ситуаций, что во многом определяет точность оценки вектора состояния. Наличие выбросов в измерительных данных дополнительно усложняет определение этих статистических характеристик. Одним из возможных путей решения этой проблемы является использование адаптивных методов обработки данных измерений, которые наряду с оценкой вектора состояния могут восстанавливать статистические характеристики шумов [5–8].

В связи с этим представляется полезным привлечение эффективных адаптивных модификаций сигма-точечного фильтра Калмана при решении задачи параметрической идентификации стохастических нелинейных динамических систем на основе измерительных данных, содержащих выбросы.

1. Структурно-вероятностное описание модели

Рассмотрим следующую модель стохастической нелинейной непрерывно-дискретной системы в пространстве состояний:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = f(\mathbf{x}(t), u(t), \Theta) + G(t)\mathbf{w}(t), \quad t \in [t_0, t_N], \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t_{k+1}) = h(\mathbf{x}(t_{k+1}), \Theta) + \boldsymbol{\nu}(t_{k+1}), \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(t) \in R^n$ — вектор состояния системы, R^n — n -размерность пространства, $\mathbf{u}(t) \in R^r$ — детерминированный вектор управления (входа), $\mathbf{w}(t) \in R^p$ — вектор шума системы, $\mathbf{y}(t_{k+1}) \in R^m$ — вектор измерения (выхода), $\boldsymbol{\nu}(t_{k+1}) \in R^m$ — вектор ошибок измерений, $f(\cdot)$, $h(\cdot)$ — нелинейные функции.

Априорные предположения:

- случайные векторы $\mathbf{w}(t)$ и $\boldsymbol{\nu}(t_{k+1})$ имеют характеристики (ковариационные матрицы неизвестны)

$$E[\mathbf{w}(t)] = 0, \quad E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)] = Q(t)\delta(t - \tau),$$

$$E[\boldsymbol{\nu}(t_{k+1})] = 0, \quad E[\boldsymbol{\nu}(t_{k+1})\boldsymbol{\nu}^T(t_{i+1})] = R(t_{k+1})\delta_{ki},$$

$$E[\boldsymbol{\nu}(t_{k+1})\mathbf{w}^T(\tau)] = 0, \quad k, i = 0, 1, \dots, N-1, \quad \tau \in [t_0, t_N];$$

- начальное состояние $\mathbf{x}(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$E[\mathbf{x}(t_0)] = \bar{\mathbf{x}}(t_0), \quad E\{[\mathbf{x}(t_0) - \bar{\mathbf{x}}(t_0)][\mathbf{x}(t_0) - \bar{\mathbf{x}}(t_0)]^T\} = P(t_0)$$

и не коррелирует с $\mathbf{w}(t)$, $\boldsymbol{\nu}(t_{k+1})$ при любых значениях k ;

- $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s) \in \Omega_\Theta$ — вектор неизвестных параметров.

С учетом указанных априорных предположений для моделей (1), (2) необходимо разработать на основе адаптивных модификаций сигма-точечного фильтра Калмана программно-математическое обеспечение для решения задачи параметрической идентификации при наличии аномальных наблюдений в измерительных данных. Кроме того, на примере идентификации некоторых моделей радиационного давления солнечного излучения будет выполнен сравнительный анализ этих модельных структур и показана целесообразность применения разработанных алгоритмов при прогнозировании траектории движения навигационного спутника.

2. Параметрическая идентификация на основе адаптивных модификаций сигма-точечного фильтра Калмана

Для получения модели с хорошими прогнозирующими свойствами необходимы информативные данные измерений и подходящая структура модели, способная точно описывать динамику процесса. Оценку неизвестных параметров математической модели (1), (2) будем осуществлять по данным наблюдений в соответствии с методом максимального правдоподобия [9, 10], в соответствии с которым необходимо найти оценки параметров $\hat{\Theta}$, такие что

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta \in \Omega_{\Theta}} [\chi(\Theta)] = \arg \min_{\Theta \in \Omega_{\Theta}} [-\ln L(\Theta)], \quad (3)$$

$$\chi(\Theta) = \frac{Nm}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B(t_{k+1}) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon^T(t_{k+1}) B^{-1}(t_{k+1}) \varepsilon(t_{k+1}),$$

$\varepsilon(t_{k+1})$ и $B(t_{k+1})$ определяются по уравнениям адаптивного сигма-точечного фильтра (рис. 1, здесь D_i — i -й столбец матрицы, полученный в результате разложения Холецкого матрицы $P(t|t_k)$).

Как уже отмечалось, неточное задание статистических характеристик шумов приводит к расхождению фильтра и, как следствие преодоления этой проблемы, к необходимости внедрения блока адаптации в традиционную процедуру фильтрации.

Анализ постоянно растущего числа публикаций, посвященных вопросам разработки адаптивных алгоритмов фильтрации, позволяет выделить несколько подходов к повышению устойчивости оценки состояния при наличии выбросов в измерительных данных. Одна группа алгоритмов предполагает непосредственное вычисление статистических параметров шумов системы и измерений по аналитическим формулам [7, 8, 11–13], что, в свою очередь, позволяет оценивать интенсивность помех в режиме реального времени. Другая группа опирается на нахождение определенным образом вычисленных так называемых коэффициентов адаптации, на основе которых корректируется вклад наблюдений в прогнозируемые значения вектора состояния системы [14, 15].

В работе предлагается два различных блока адаптации, полученные распространением соответствующих адаптивных модификаций дискретного фильтра Калмана из работ [7, 8, 13] на случай непрерывно-дискретного сигма-точечного фильтра Калмана.

Блок адаптации I [7, 13].

$$\tau_k = \frac{1-b}{1-b^{k+1}}, \hat{R}(t_{k+1}) = (1-\tau_k)\hat{R}(t_k) + \tau_k [\varepsilon(t_{k+1})\varepsilon^T(t_{k+1}) -$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=0}^{2n} \beta_i \left(h \left(\mathbf{x}_i^S(t_{k+1} | t_k) \right) - \mathbf{Y}_h(t_{k+1} | t_k) a \right) \left(h \left(\mathbf{x}_i^S(t_{k+1} | t_k) \right) - \mathbf{Y}_h(t_{k+1} | t_k) a \right)^T \Big], \\
& \Gamma(t_{k+1}) = \left(G^T(t_{k+1}) G(t_{k+1}) \right)^{-1} G^T(t_{k+1}), \hat{Q}(t_{k+1}) = (1 - \tau_k) \hat{Q}(t_k) + \\
& \quad + \Gamma(t_{k+1}) \left\{ \tau_k \left[K(t_{k+1}) \boldsymbol{\varepsilon}(t_{k+1}) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t_{k+1}) K^T(t_{k+1}) + P(t_{k+1} | t_{k+1}) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \sum_{i=0}^{2n} \beta_i \left(f \left(\mathbf{x}_i^S(t_{k+1} | t_k), \mathbf{u}(t_{k+1}) \right) - \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k) \right) \left(f \left(\mathbf{x}_i^S(t_{k+1} | t_k), \mathbf{u}(t_{k+1}) \right) - \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. - \hat{\mathbf{x}}(t_{k+1} | t_k) \right) \right]^T \right\} \Gamma^T(t_{k+1}).
\end{aligned}$$

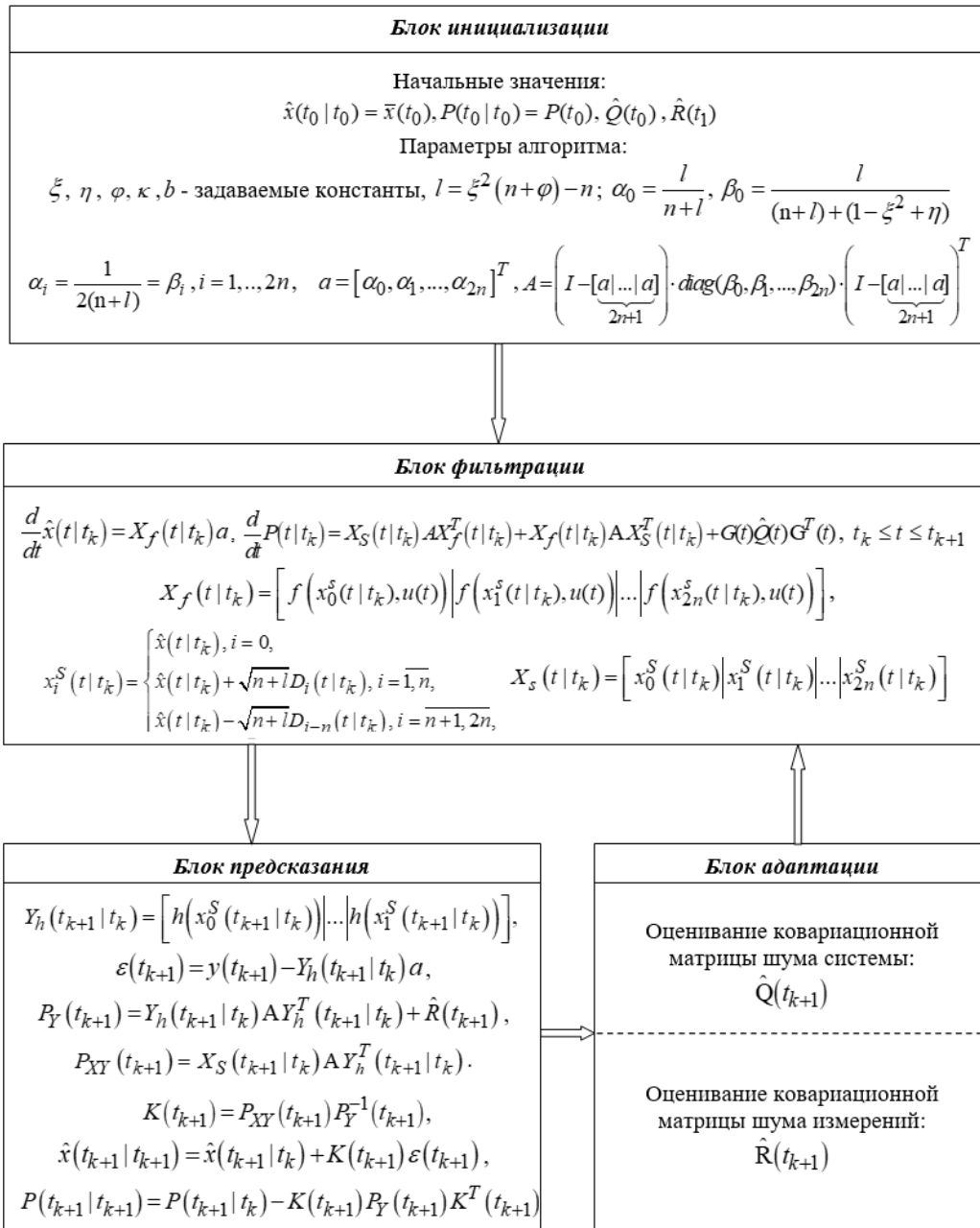


Рис. 1. Схема адаптивного сигма-точечного фильтра Калмана
 Fig. 1. Scheme of adaptive unscented Kalman filter

Блок адаптации II [8].

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t_{k+1}) &= \frac{N_R - 1}{N_R} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t_k) + \frac{1}{N_R} \boldsymbol{\varepsilon}(t_{k+1}), \\ \Delta \hat{R}(t_{k+1}) &= \frac{1}{N_R - 1} (\boldsymbol{\varepsilon}(t_{k+1}) - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t_{k+1})) (\boldsymbol{\varepsilon}(t_{k+1}) - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t_{k+1}))^T - \frac{1}{N_R} \mathbf{Y}_h(t_{k+1}|t_k) A \mathbf{Y}_h^T(t_{k+1}|t_k), \\ \hat{R}(t_{k+1}) &= \left| \text{diag} \left(\frac{N_R - 1}{N_R} \hat{R}(t_k) + \Delta \hat{R}(t_{k+1}) \right) \right|, \quad \hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}) = \hat{x}(t_{k+1}|t_{k+1}) - \mathbf{X}_f(t_{k+1}|t_k) \mathbf{a}, \\ \bar{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}) &= \frac{N_Q - 1}{N_Q} \bar{\boldsymbol{\vartheta}}(t_k) + \frac{1}{N_Q} \hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}), \quad \Delta Q(t_{k+1}) = \frac{1}{N_Q - 1} G^{-1}(t_k) (\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}) - \bar{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1})) \times \\ &\quad \times (\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}) - \bar{\boldsymbol{\vartheta}}(t_{k+1}))^T (G^{-1}(t_k))^T + \frac{1}{N_Q} (G^{-1}(t_k) P(t_{k+1}|t_k) (G^{-1}(t_k))^T)_N - \\ &\quad - \frac{1}{N_Q} (G^{-1}(t_k) (\mathbf{X}_S(t_k|t_k)) A \mathbf{X}_f^T(t_k|t_k) + \mathbf{X}_f(t_k|t_k) A \mathbf{X}_S^T(t_k|t_k) (G^{-1}(t_k))^T)_N, \\ \hat{Q}(t_{k+1}) &= \left| \text{diag} \left(\frac{N_Q - 1}{N_Q} \hat{Q}(t_k) + \Delta \hat{Q}(t_{k+1}) \right) \right|, \quad N_R, N_Q - \text{положительные числа.}\end{aligned}$$

Отметим, что для нахождения экстремума задачи (3) существует множество алгоритмов, например метод Ньютона и различные квазиньютоновские методы, которые находят локальный экстремум. В общем случае, если полученные оценки параметров неудовлетворительны с точки зрения точности построенной модели, нет возможности проверить, причиной является сходимость к локальному минимуму либо изначально некорректно заданная структура модели. В связи с этим для решения многоэкстремальной оптимизационной задачи (3) рекомендуется привлекать методы глобального поиска.

3. Параметрическая идентификация модели радиационного давления в задаче прогнозирования орбитального движения навигационного спутника

Качество эфемеридно-временного обеспечения для ГНСС-технологий в значительной мере зависит от степени адекватности применяемых математических моделей, описывающих движение навигационных спутников (НС). При формировании таких моделей проблемным остается учет возмущений от радиационного давления на спутник солнечного излучения. Задача идентификации моделей радиационного давления (РД) на спутник солнечного излучения рассматривалась в работах [16–19]. Существующие модели радиационного давления, разработанные в результате наземных испытаний с учетом конструкционных особенностей спутников, либо эмпирические модели, построенные по результатам измерительных данных, не всегда обеспечивают необходимую точность построения орбит спутников и требуют дальнейшего совершенствования.

Опишем движение космического аппарата в инерциальной системе координат (ИСК) в гравитационном поле Земли следующей нелинейной непрерывно-дискретной моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}(t) &= -\frac{\mu M_E}{\|\mathbf{r}(t)\|^3} \mathbf{r}(t) + g_1(\mathbf{r}(t)) + g_2(\mathbf{r}(t)) + g_3(\mathbf{r}(t), \dot{\mathbf{r}}(t), \boldsymbol{\Theta}) + \mathbf{w}(t), \quad t \in [t_0, t_N], \\ \mathbf{s}(t_{k+1}) &= \mathbf{r}(t_{k+1}) + \boldsymbol{\nu}(t_{k+1}), \quad k = 0, 1, \dots, N - 1.\end{aligned}\tag{4}$$

Здесь $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))^T$ — вектор координат НС в инерциальной системе координат; $\dot{\mathbf{r}}(t) = (V_x(t), V_y(t), V_z(t))^T$ — вектор скорости НС в ИСК; μ — гравитационная постоянная; M_E — масса Земли; $\|\mathbf{r}(t)\| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$ — радиус орбиты; $g_1(\mathbf{r}(t))$ — возмущения, учитывающие несферичность геопотенциала Земли [20]; $g_2(\mathbf{r}(t))$ — возмущения, учитывающие гравитационное воздействие Луны, Солнца и других планет [20]; $g_3(\mathbf{r}(t), \dot{\mathbf{r}}(t), \Theta)$ — возмущения от радиационного давления солнечного излучения; $\mathbf{s}(t_{k+1})$ — вектор измерений.

Во время движения навигационного спутника по орбите ориентация его корпуса относительно Солнца и солнечных батарей относительно Земли постоянно меняется. Сложная конструкция навигационного спутника имеет ряд подвижных элементов, а внешняя поверхность включает множество элементов с различными формами и коэффициентами отражения. При попадании спутника в тень Земли воздействие на него прямого и отраженного солнечного света прекращается. Учитывая все перечисленные факторы и следуя результатам работ [18, 19], для вычисления в ИСК $g_3(\mathbf{r}(t), \dot{\mathbf{r}}(t), \Theta)$ будем использовать нижеприведенные модели радиационного давления:

$$\begin{aligned} BERNE(\Theta) &= c\rho^{-2}(\mathbf{r}_{OC}(\tau))[\mathbf{x}_{OC}(\tau)D(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta) + \mathbf{y}_{OC}(\tau)Y(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta) + \\ &\quad + \mathbf{z}_{OC}(\tau)B(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta)],^1 \\ D(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta) &= \Lambda(\mathbf{r}_{OC}(\tau))\theta_1 + \theta_2 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_3 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \\ Y(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta) &= \theta_4 + \theta_5 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_6 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \\ B(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \Theta) &= \theta_7 + \theta_8 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_9 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)). \end{aligned}$$

Здесь c — фактор, зависящий от формы спутника, $\rho(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$ — расстояние между спутником и Солнцем; $\Lambda(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$ — фактор затмения; $\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$ — аргумент широты НС; $\mathbf{r}_{OC}(\tau) = (\mathbf{x}_{OC}(\tau), \mathbf{y}_{OC}(\tau), \mathbf{z}_{OC}(\tau))$ — вектор координат НС в ОСК и $\Theta = (\theta_j, j = 1, \dots, 9)$ — вектор параметров модели радиационного давления, подлежащие оцениванию:

$$\begin{aligned} BERN1(\Theta) &= \rho^{-2}(\mathbf{r}_{OC}(\tau))[\mathbf{x}_{OC}(\tau)D(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) + \mathbf{y}_{OC}(\tau)Y(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) + \\ &\quad + \mathbf{z}_{OC}(\tau)B(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta)] + [X_1(\beta) \sin(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau))) + \\ &\quad + X_3(\beta) \sin(3\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau)))]\mathbf{e}_X(\tau) + Z(\beta) \sin(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau)))\mathbf{e}_Z(\tau), \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) &= \Lambda(\mathbf{r}_{OC}(\tau))[c\theta_1 + D_{C2} \cos(2\beta) + D_{C4} \cos(4\beta)] + \\ &\quad + c[\theta_4 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_5 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))], \end{aligned}$$

$$Y(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) = c\theta_2 + Y_C \cos(2\beta) + c[\theta_6 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_7 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))],$$

$$B(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) = c\theta_3 + B_C \cos(2\beta) + c[\theta_8 \cos \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) + \theta_9 \sin \sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))],$$

$$X_1(\beta) = X_{10} + X_{1C} \cos(2\beta) + X_{1S} \sin(2\beta), \quad X_3(\beta) = X_{30} + X_{3C} \cos(2\beta) + X_{3S} \sin(2\beta),$$

$$Z(\beta) = Z_0 + Z_{C2} \cos(2\beta) + Z_{S2} \sin(2\beta) + Z_{C4} \cos(4\beta) + Z_{S4} \sin(4\beta),$$

где β — склонение Солнца к плоскости орбиты спутника (рис. 2); $\sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$ — долгота Солнца в ОСК; $\mathbf{y}_{OC}(\tau) = \mathbf{e}_Z(\tau) \times \mathbf{x}_{OC}(\tau)$, $\mathbf{e}_X(\tau) = \mathbf{y}_{OC}(\tau) \times \mathbf{e}_Z(\tau)$.

¹Модель центра обработки международной службы IGS (International GNSS Service, <http://www.igs.org>) в объектоцентрической системе координат (ОСК).

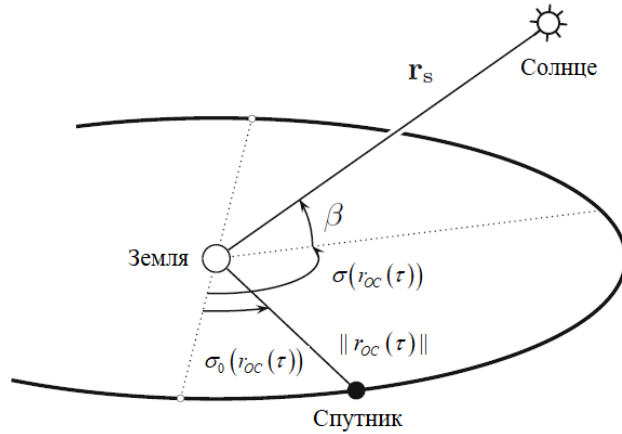


Рис. 2. Графическая интерпретация коэффициентов β , $\sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$, $\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$
 Fig. 2. Graphical interpretation of the coefficients β , $\sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$, $\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau))$

$$BERN2(\Theta) = \rho^{-2}(\mathbf{r}_{OC}(\tau))[\mathbf{x}_{OC}(\tau)D(\beta, \Theta) + \mathbf{y}_{OC}(\tau)Y(\beta, \Theta) + \mathbf{z}_{OC}(\tau)B(\beta, \Theta)] + [X_1(\beta) \sin(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau))) + X_3(\beta) \sin(3\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau)))]\mathbf{e}_x(\tau) + Z(\beta) \sin(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)) - \sigma_0(\mathbf{r}_{OC}(\tau)))\mathbf{e}_z(\tau), \quad (6)$$

$$D(\sigma(\beta, \Theta) = \Lambda(\mathbf{r}_{OC}(\tau))[c\theta_1 + D_{C2} \cos(2\beta) + D_{C4} \cos(4\beta)],$$

$$Y(\beta, \Theta) = c\theta_2 + Y_C \cos(2\beta), \quad B(\sigma(\mathbf{r}_{OC}(\tau)), \beta, \Theta) = c\theta_3 + B_C \cos(2\beta),$$

$$X_1(\beta) = c\theta_4 + X_{10} + X_{1C} \cos(2\beta) + X_{1S} \sin(2\beta), \quad X_3(\beta) = c\theta_5 + X_{30} + X_{3C} \cos(2\beta) + X_{3S} \sin(2\beta),$$

$$Z(\beta) = c\theta_6 + Z_0 + Z_{C2} \cos(2\beta) + Z_{S2} \sin(2\beta) + Z_{C4} \cos(4\beta) + Z_{S4} \sin(4\beta).$$

Остальные коэффициенты, используемые в моделях (5) и (6), определены в табл. 1.

В качестве измерительных данных выбраны суточные срочные эфемериды НС центра обработки международной службы IGS. В этом случае навигационный спутник совершает более одного оборота вокруг Земли (проходит различные световые зоны). Расчет скорости НС в начальный момент времени осуществлялся на основе срочных эфемерид с использованием интерполяции Эверетта. Оценивание параметров РД по данным

Т а б л и ц а 1. Соответствующие коэффициенты моделей $BERN1(\Theta)$ и $BERN2(\Theta)$
 Table 1. The corresponding coefficients of the $BERN1(\Theta)$ and $BERN2(\Theta)$ models

$BERN1(\Theta)$		$BERN2(\Theta)$	
Коэффициент	Значение, 10^{-9} м/с ²	Коэффициент	Значение, 10^{-9} м/с ²
D_{C2}	-0.813	Y_C	0.067
D_{C4}	0.517	B_C	-0.385
X_{10}	-0.015	Z_0	0.979
X_{1C}	-0.018	Z_{C2}	0.519
X_{1S}	-0.033	Z_{S2}	0.125
X_{30}	0.004	Z_{C4}	0.047
X_{3C}	-0.046	Z_{S4}	-0.045
X_{3S}	-0.398	—	—

Т а б л и ц а 2. Результаты оценивания параметров моделей радиационного давления на основе двух адаптивных модификаций сигма-точечного фильтра Калмана

Table 2. The results of estimating the parameters of radiation pressure models based on two adaptive modifications of the unscented Kalman filter

Блок адаптации	Найденные оценки неизвестных параметров $\hat{\Theta}$					
	I			II		
Модель РД	$BERNE(\Theta)$	$BERN1(\Theta)$	$BERN2(\Theta)$	$BERNE(\Theta)$	$BERN1(\Theta)$	$BERN2(\Theta)$
Спутник 1	0.94372	0.89998	0.89999	0.94521	0.90012	0.89999
	-0.04578	$2.70269 \cdot 10^{-7}$	$-5.79442 \cdot 10^{-8}$	-0.04578	$2.70345 \cdot 10^{-7}$	$-5.79442 \cdot 10^{-8}$
	0.01053	$2.3341 \cdot 10^{-5}$	$-1.44738 \cdot 10^{-6}$	0.01044	$2.2561 \cdot 10^{-5}$	$-1.44852 \cdot 10^{-6}$
	-0.02929	$1.505 \cdot 10^{-5}$	$-2.48493 \cdot 10^{-8}$	-0.0291	$3.125 \cdot 10^{-6}$	$-2.497 \cdot 10^{-8}$
	-0.00959	$2.38592 \cdot 10^{-5}$	$-8.87835 \cdot 10^{-7}$	-0.00959	$2.39632 \cdot 10^{-5}$	$8.87788 \cdot 10^{-7}$
	0.15934	$1.54373 \cdot 10^{-5}$	$-1.43695 \cdot 10^{-6}$	0.15922	$1.55372 \cdot 10^{-7}$	$1.452015 \cdot 10^{-6}$
	0.15346	$2.15384 \cdot 10^{-5}$	—	0.15345	$2.3154 \cdot 10^{-5}$	—
	-0.0296	$3.07691 \cdot 10^{-5}$	—	-0.0304	$3.01456 \cdot 10^{-5}$	—
0.00987	$6.08157 \cdot 10^{-5}$	—	0.00689	$3.08157 \cdot 10^{-6}$	—	
RMSE, 10^{-8}	3.6685	3.9391	3.6377	3.6612	3.9145	3.6211
Спутник 2	0.94908	0.93955	0.95241	0.94912	0.93887	0.95355
	-0.0474	0.02786	0.04069	-0.0474	0.03541	0.03969
	-0.01731	0.00448	0.00142	-0.01731	0.00451	0.00146
	0.1361	-0.00676	0.00308	0.1361	-0.00675	0.00257
	-0.0061	0.01629	-0.0578	-0.006	0.016	-0.0588
	-0.06211	-0.02213	0.00113	-0.06211	-0.02014	0.00078
	-0.01825	0.00582	—	-0.01826	0.00568	—
	0.13407	0.00586	—	0.13408	0.00686	—
0.11712	0.01245	—	0.11712	0.02458	—	
RMSE, 10^{-8}	3.4481	3.6927	3.6852	3.4481	3.6603	3.6777

траекторных наблюдений осуществлялось с помощью метода максимального правдоподобия на основе адаптивных модификаций непрерывно-дискретного сигма-точечного фильтра, описанных в блоках адаптации I и II. Качество найденных оценок параметров определялось по точности прогнозирования траектории движения НС:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} \|\mathbf{s}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{s}}(t_{k+1})\|^2}}{\sqrt{N}}.$$

Здесь $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора; $\{\mathbf{s}(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1\}$ — финальная эфемерида, полученная на следующие сутки; $\{\hat{\mathbf{s}}(t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1\}$ — предсказанная орбитальная траектория на следующие сутки на основе найденных параметров $\hat{\Theta}$. Результаты оценивания параметров моделей приведены в табл. 2.

Анализ результатов, представленных в табл. 2, показывает, что для всех приведенных моделей радиационного давления оценки параметров, полученные на основе сигма-точечного фильтра Калмана с блоком адаптации II, целесообразно использовать для прогнозирования траектории движения НС (точность прогноза в этом случае

оказывается выше). Поскольку для рассмотренных НС наивысшая точность прогнозирования орбитальной траектории достигалась при разных построенных моделях РД, не представляется возможным рекомендовать к использованию одну из них.

Заключение

Для решения задачи параметрической идентификации нелинейных непрерывно-дискретных систем использовались две модификации сигма-точечного фильтра Калмана с рекуррентным оцениванием ковариационных матриц шумов системы и измерений. Применение разработанных процедур адаптивной параметрической идентификации позволяет вычислить с достаточной точностью оценки параметров нескольких моделей радиационного давления солнечного излучения — BERNE, BERN1, BERN2. Установлено, что на основе оценок параметров, полученных с использованием сигма-точечного фильтра Калмана с блоком адаптации II, точность прогнозирования траектории движения навигационного спутника оказывается выше.

Список литературы

- [1] **Grewal M.S., Andrews A.P.** Kalman filtering: Theory and practice using MATLAB. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons; 2001: 401.
- [2] **Simon D.** Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms. IET Control Theory & Applications. 2009; 4(8):1303–1318. DOI:10.1049/iet-cta.2009.0032.
- [3] **Julier S.J., Uhlmann J.K.** A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In Proc. of AeroSense: The 11-th Intern. Symp. on Aerospace. Defence Sensing, Simulation and Control. 1997: 12.
- [4] **Särkkä S.** On unscented Kalman filtering for state estimation of continuous-time nonlinear systems. IEEE Transactions on Automatic Control. 2007; 52(9):1631–1641.
- [5] **Mohamed A.H., Schwarz K.P.** Adaptive Kalman filtering for INS/GPS. Journal of Geodesy. 1999; (73):193–203.
- [6] **Gao W., Li J., Zhou J., Li Q.** Adaptive Kalman filtering with recursive noise estimator for integrated SINS/DVL systems. The Journal of Navigation. 2015; 68(1):142–161.
- [7] **Chernikova O.S.** An adaptive unscented Kalman filter approach for state estimation of nonlinear continuous-discrete system. Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2018). Novosibirsk. 2018; 1(4):37–40.
- [8] **Hashlamon I., Erbatur K.** A new adaptive extended Kalman filter for a class of nonlinear systems. Journal of Applied and Computational Mechanics. 2020; 6(1):1–12. DOI:10.22055/jacm.2019.28130.1455.
- [9] **Aström K.J.** Maximum likelihood and prediction errors methods. Automatica. 1980; 16(5):551–574.
- [10] **Schön T.** On computational methods for nonlinear estimation. Linköping Studies in Science and Technology. Thesis No. 1047. Linköping, Sweden: Department of Electrical Engineering Linköping University; 2003: 159.
- [11] **Sage A., Husa G.W.** Adaptive filtering with unknown prior statistics. In Proc. of Joint Automatic Control Conf. 1969: 760–769.
- [12] **Zhao L., Wang X.** An adaptive UKF with noise statistic estimator. 4th IEEE Conf. on Industrial Electronics and Applications. 2009: 614–618.

- [13] Wang H., Fu G., Li J., Yan Z., Bian X. An Adaptive UKF based SLAM method for unmanned underwater vehicle. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013; (2013): 605981.
- [14] Jwo D.-J., Chung F.-C., Weng T.-P. Adaptive Kalman filter for navigation sensor fusion. *Sensor Fusion and its Applications*. In *TechOpen*. 2010: 66–90. DOI:10.5772/9957.
- [15] Deng Z., Yin L., Huo B., Xia Y. Adaptive robust unscented Kalman filter via fading factor and maximum correntropy criterion. *Sensors*. 2018; 18(8):2406.
- [16] Гаязов И.О. Эмпирические модели радиационного давления для спутников GPS и ГЛОНАСС. *Труды ИПА РАН*. 2000; (5):93–102.
- [17] Chernikova O.S., Chubich V.M., Tolstikov A.S. Predicting orbital motion of the satellite based on quazimaximum estimation of the solar radiation parameters. *Proc. SPIE 11208*, 25th Intern. Symp. on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, 1120875, 18 December 2019: 6.
- [18] Jun-ping C., Jie-xian W. Models of solar radiation pressure in the orbit determination of GPS satellites. *Chinese Astronomy and Astrophysic*. 2007; (31):66–75.
- [19] Springer T. NAPEOS mathematical models and algorithms, Document № DOPS-SYS-TN-0100-OPS-GN, 1.0, 5 November 2009: 150.
- [20] Montenbruck O., Gill E. *Satellite orbits: models, methods and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2000: 371. DOI:10.1007/978-3-642-58351-3.

Application of adaptive identification methods for refining parameters of radiation pressure models

CHERNIKOVA OKSANA S.* , TOLSTIKOV ALEXANDER S., CHETVERTAKOVA YULIYA S.
 Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, Russia

*Corresponding author: Chernikova Oksana S., e-mail: chernikova@corp.nstu.ru

Received March 10, 2020, revised March 25, 2020, accepted April 14, 2020

Abstract

Purpose. The paper considers the problem of estimation of unknown parameters for various models of solar radiation based on adaptive modifications of the unscented Kalman filter. The estimations of the obtained parameters are used both in solar radiation models and in construction of trajectory of a navigation satellite.

Methodology. To solve the problem of parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems, several adaptive modifications of the unscented Kalman filter are considered. The algorithms assume recurrent estimation of covariance matrices of system noise and measurements. The maximum likelihood method is used for parametric identification of stochastic nonlinear continuous-discrete systems. Adaptive modifications of the unscented Kalman filter are used in the construction of the identification criterion. Estimates of unknown parameters of various solar radiation models are found for the movement for the navigation satellite model as an example. The satellite orbital movement forecast is made.

Finding and value. The application of the adaptive parametric identification procedure allows calculating the estimates for the parameters of several models of the solar radiation with sufficient accuracy. The obtained results lead to significant improvement of quality of the prediction for satellite trajectory.

Keywords: nonlinear stochastic continuous-discrete system, unscented Kalman filter, adaptive filtering, parametric identification, spacecraft motion model, radiation pressure model.

Citation: Chernikova O.S., Tolstikov A.S., Chetvertakova Yu.S. Application of adaptive identification methods for refining parameters of radiation pressure models. *Computational Technologies*. 2020; 25(3):35–45. (In Russ.)

References

1. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman filtering: Theory and practice using MATLAB. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons; 2001: 401.
2. Simon D. Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms. *IET Control Theory & Applications*. 2009; 4(8):1303–1318. DOI:10.1049/iet-cta.2009.0032.
3. Julier S.J., Uhlmann J.K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In *Proc. of AeroSense: The 11-th Intern. Symp. on Aerospace, Defence Sensing, Simulation and Control*. 1997: 12.
4. Särkkä S. On unscented Kalman filtering for state estimation of continuous-time nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2007; 52(9):1631–1641.
5. Mohamed A.H., Schwarz K.P. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS. *Journal of Geodesy*. 1999; (73):193–203.
6. Gao W., Li J., Zhou J., Li Q. Adaptive Kalman filtering with recursive noise estimator for integrated SINS/DVL systems. *The Journal of Navigation*. 2015; 68(1):142–161.
7. Chernikova O.S. An adaptive unscented Kalman filter approach for state estimation of nonlinear continuous-discrete system. *Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2018)*. Novosibirsk. 2018; 1(4):37–40.
8. Hashlamon I., Erbatur K. A new adaptive extended Kalman filter for a class of nonlinear systems. *J. of Applied and Comput. Mechanics*. 2020; 6(1):1–12. DOI:10.22055/jacm.2019.28130.1455.
9. Aström K.J. Maximum likelihood and prediction errors methods. *Automatica*. 1980; 16(5):551–574.
10. Schön T. On computational methods for nonlinear estimation. *Linköping Studies in Science and Technology*. Thesis No. 1047. Linköping, Sweden: Department of Electrical Engineering Linköping University; 2003: 159.
11. Sage A., Husa G.W. Adaptive filtering with unknown prior statistics. In *Proc. of Joint Automatic Control Conf.* 1969: 760–769.
12. Zhao L., Wang X. An adaptive UKF with noise statistic estimator. *4th IEEE Conf. on Industrial Electronics and Applications*. 2009: 614–618.
13. Wang H., Fu G., Li J., Yan Z., Bian X. An Adaptive UKF Based SLAM Method for Unmanned Underwater Vehicle. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013; (2013): 605981.
14. Jwo D.-J., Chung F.-C., Weng T.-P. Adaptive Kalman filter for navigation sensor fusion. *Sensor Fusion and its Applications*. In *TechOpen*. 2010: 66–90. DOI:10.5772/9957.
15. Deng Z., Yin L., Huo B., Xia Y. [15] . Deng Z., Yin L., Huo B., Xia Y. Adaptive Robust Unscented Kalman Filter via Fading Factor and Maximum Correntropy Criterion. *Sensors*. 2018; 18(8):2406.
16. Gayazov I.O. Empirical models of radiation pressure for satellite GPS and GLONASS. *Transactions of the Institute of Applied Astronomy RAS*. 2000; (5):93–102. (In Russ.)
17. Chernikova O.S., Chubich V.M., Tolstikov A.S. Predicting orbital motion of the satellite based on quazimaximum estimation of the solar radiation parameters. *Proc. SPIE 11208, 25th Intern. Symp. on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*, 1120875, 18 December 2019: 6.
18. Jun-ping C., Jie-xian W. Models of solar radiation pressure in the orbit determination of GPS satellites. *Chinese Astronomy and Astrophysic*. 2007; (31):66–75.
19. Springer T. NAPEOS mathematical models and algorithms, Document № DOPS-SYS-TN-0100-OPS-GN, 1.0, 5 November 2009: 150.
20. Montenbruck O., Gill E. *Satellite orbits: models, methods and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2000: 371. DOI:10.1007/978-3-642-58351-3.