ПОСТРОЕНИЕ КВАЗИАНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ФИЛЬТРАЦИИ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ФОРМУЛЫ ПРИТОКА К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ В ОГРАНИЧЕННОМ ПЛАСТЕ

А. И. Ибрагимов, А. А. Некрасов
Институт проблем нефти и газа РАН, Москва, Россия

The stationary tributary of fluid to a horizontal well in a limited stratum is considered allowing for refluxes from the stratum to the well the influence of the stratum and well geometry on the pressure drop along the forehole. A new formula for the tributary to the horizontal well has been obtained.

Горизонтальные скважины (ГС) являются новой, очень перспективной технологией разработки нефтяных и газовых месторождений. Тем не менее при проектировании разработки месторождений с применением ГС возникают вопросы, хорошо изученные для вертикальных скважин и мало или совсем не изученные для горизонтальных. Одной из таких проблем является формула притока в случае стационарной фильтрации. В работах Joshi, Борисова, Пилатовского и др. (см. библ. в [5]) эта задача решается как суперпозиция плоских задач при условии постоянного давления вдоль ствола ГС, однако течение в пласте имеет существенно трехмерный характер и поэтому совсем не очевидно, что полученные таким способом решения будут верными.

Мы рассматривали вопрос о притоке к ГС в трехмерной постановке с учетом непостоянства давления вдоль ствола. При этом использовалась модель сопряженного течения М. Б. Панфилова [1], полученная из следующих предположений:

а) вязкости флюидов считаются близкими, конденсатонасыщенность мала;

б) в самой скважине постулируется уравнение Стокса для давлений и скорости;

в) в пористой среде течения подчинены закону Дарси $\vec{w}=-\dfrac{k}{\mu}\,\mathrm{grad}\,p$; из уравнения неразрывности $\mathrm{div}(\vec{w})=0$ и закона Дарси следует $\Delta p=0$, $p=p_{\text{пл}}$ — на контуре питания;

г) на стыке пористой среды и скважины задаются равенство давлений и соотношения для истинных скоростей в пористой среде и скважине, допускающие разрыв;

д) скважина представляет собой трубу произвольной конфигурации в трехмерном пространстве;

© А. И. Ибрагимов, А. А. Некрасов, 1997.

е) исходные данные: геометрия пласта (наличие кровли и подошвы), проницаемость по трем выбранным направлениям, пластовое давление и давление на закрепленном конце скважины, вязкость и плотность флюида как в скважине, так и в пласте.

Система уравнений, описывающая эту модель, имеет вид

$$V_x'(x){=}-\frac{2}{r_c}w_r(x), \tag{1}$$

$$-\frac{1}{\mu}\frac{dP}{dx}{=}\frac{8}{r_c^2}V_x(x){+}\frac{2}{r_c}w_r'(x), \tag{2}$$

$$p(x){=}P(x){+}\frac{\mu}{2r_c}[r_c^2w_r'(x){-}4w_r(x)], \tag{3}$$

$$P\Big|_{x=0}{=}p_c, \tag{4}$$

$$V{=}\frac{2}{r_c}\int\int\limits_{S(0;\,r_c)}\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\quad \text{при}\quad x{=}L. \tag{5}$$

Здесь $S(0;r_c){=}\{(x_1,x_2,x_3),\ x_1{=}L,\ x_2^2{+}x_3^2{\le}r_c\}$, w — скорость фильтрации в пористой среде, $P(x)\}$ — осредненное давление в стволе, $V_x(x)\}$ — компонента осредненного вектора скорости вдоль оси ствола, $w_r(x)$ — радиальная компонента вектора скорости на стенке ствола скважины, μ — вязкость флюида, r_c — радиус ствола скважины.

Область течения Ω рассматривалась как сферический слой в шаре с радиусом контура питания, на верхней и нижней плоскостях (кровле и подошве) задано условие непротекания, на контуре питания и на скважине задано давление. В предположении, что пласт Ω однороден, а течения подчиняются закону Дарси (см. [2, 3]), имеем следующую систему уравнений для функции давления $p(x)$:

$$\Delta P{=}0,\quad x{\in}\Omega/W,$$

$$\frac{\partial P}{\partial x_1}\Big|_{x_1=0,}{=}\frac{\partial P}{\partial x_1}\Big|_{x_1=h}=0,$$

$$P{=}P_k,\quad x{\in}\partial B\cap\{x: 0{<}x_1{<}h\},$$

$$P\Big|_W{=}P_c, \tag{6}$$

Здесь $W{=}\{x:\ (x_1{-}a)^2{+}x_2^2{<}r_c;\ b{<}x_3{<}b{+}L\}$, r_c — радиус скважины, L — ее длина, плоскости $x_1{=}h$ и $x_1{=}0$ соответствуют кровле и подошве, p_k — заданное давление на контуре питания ∂B, p_c — заданное давление на скважине W. Для простоты полагаем $p{=}0$, $p_c{=}1$.

В качестве приближения выбрано представление функции $p(x)$ в виде

$$p_N{=}\sum_{i=1}^N\beta_iG(x,\xi_i), \tag{7}$$

где ξ_i — дискретные точки, расположенные на оси скважины, а $G(x,\xi_i)$ — функция Грина задачи

$$\Delta G(x,\xi_i)=0\ \text{ в }\ \Omega/\xi_i, \tag{8}$$

$$\frac{\partial G(x)}{\partial x_1}\Big|_{x_1=h}=\frac{\partial G}{\partial x_1}\Big|_{x_1=0}=0, \tag{9}$$

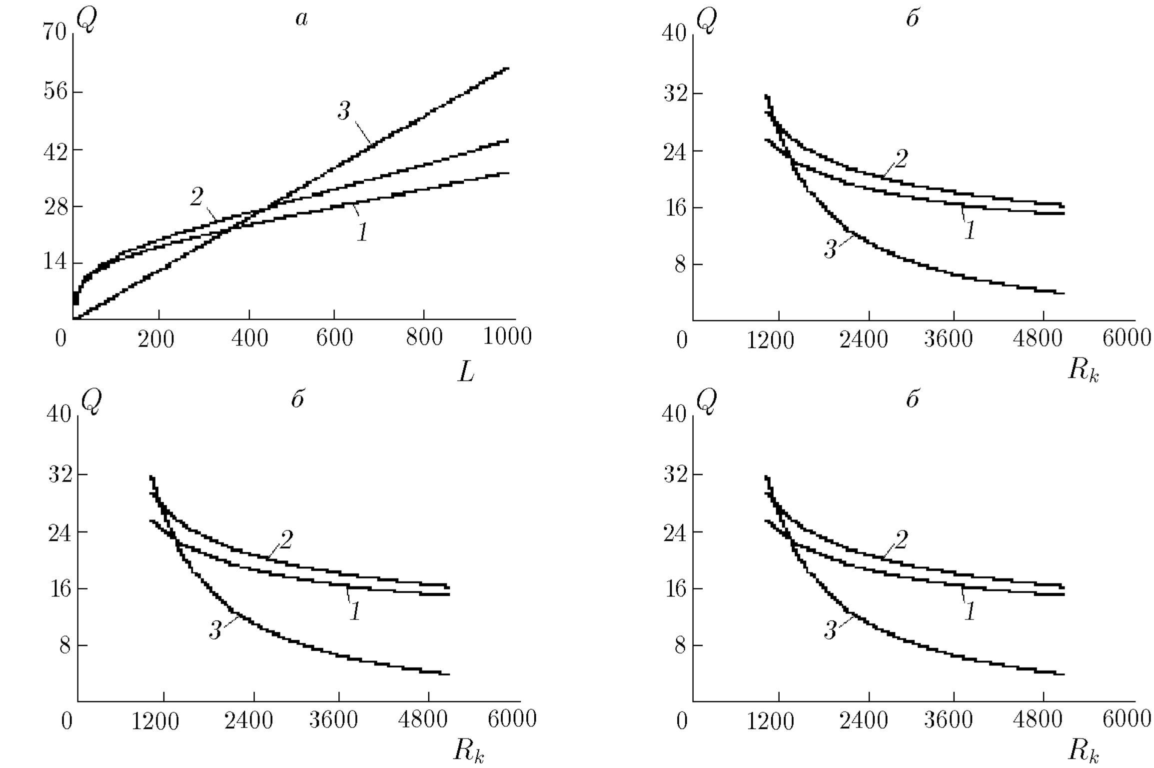

Рис. 1. Зависимость дебита ГС от ее длины (*а*), от радиуса контура питания (*б*), от мощности пласта (*в*), от радиуса ГС (*г*): *1* — по формуле Борисова; *2* — по формуле Пилатовского; *3* — по формуле авт. наст. статьи.

$$G = 0 \text{ на } \partial B \cap \{x: \ 0 < x_1 < h\}. \tag{10}$$

Для построения такой функции Грина применяется модифицированный алгоритм Шварца. Основная идея этого метода состоит в следующем: в шаре вводится симметричная относительно верхней плоскости подобласть типа линзы, примыкающая к верхней полусфере. Нижняя плоскость, ограничивающая сферический слой, совпадает с диаметральной плоскостью. Коэффициенты уравнения доопределяются во всем шаре так, чтобы они были четными функциями в линзе относительно верхней гиперплоскости и четными функциями в шаре относительно диаметральной плоскости.

В шаре существуют решения задачи Дирихле с симметричными граничными условиями, с особенностью функции Грина в точке, принадлежащей сферическому слою, такие, что производные по нормали у этих функций, в силу симметрии, на верхней и нижней гиперплоскостях равны нулю. При этом решение краевых задач имеет явное представление как сумма классических функций Грина и интеграла Пуассона.

Далее с помощью специальных условий сопряжения строятся две последовательности решений краевых задач соответственно в линзе и в шаре с вышеназванными свойствами такие, что их разности в линзе стремятся к нулю со скоростью геометрической прогрессии.

В работе [4] доказывается, что в шаре существует последовательность решений задачи Дирихле со смешанным граничным условием, таким, что ее предел в исходной области стремится к функции Грина задачи Зарембы в сферическом слое.

Предложенная процедура позволила получить зависимость интегральных гидродинамических характеристик ГС от параметров системы “пласт+ГС”. Полученные в результате расчетов кривые аппроксимировались, что позволило эмпирически подобрать формулу притока к ГС. Если пренебречь изменением давления вдоль ствола ГС, эта формула примет вид

$$Q \approx \frac{k}{\mu} \frac{2\pi L}{\ln\dfrac{L}{r_c} + 0,1\dfrac{R_k - h}{h}\ln\dfrac{R_k}{h}} \Delta P.$$

Сравнение этой формулы с ранее известными (см. [5]) показало (рис. 1), что эти зависимости от радиуса контура питания, радиуса скважины, мощности пласта имеют примерно одинаковый характер и принципиальное отличие предложенной формулы от других заключается в том, что от длины скважины дебит зависит линейно.

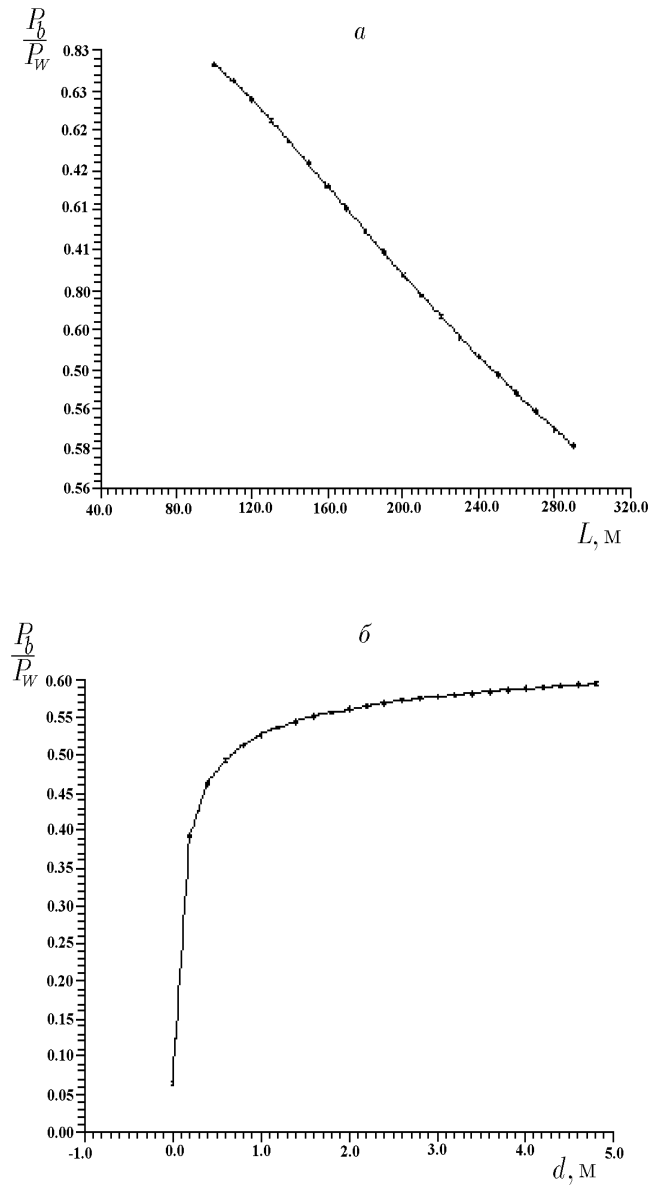

Рис. 2. Зависимость давления на забое ГС от ее длины (*а*) и от расстояния до контура питания (*б*).

Представляет особый интерес зависимость значения давления на забое скважины от расстояния до контура питания. Как видно из рис. 2, *а*, с увеличением длины горизонтальной скважины при фиксированном расстоянии до контура питания давление падает на 5 %

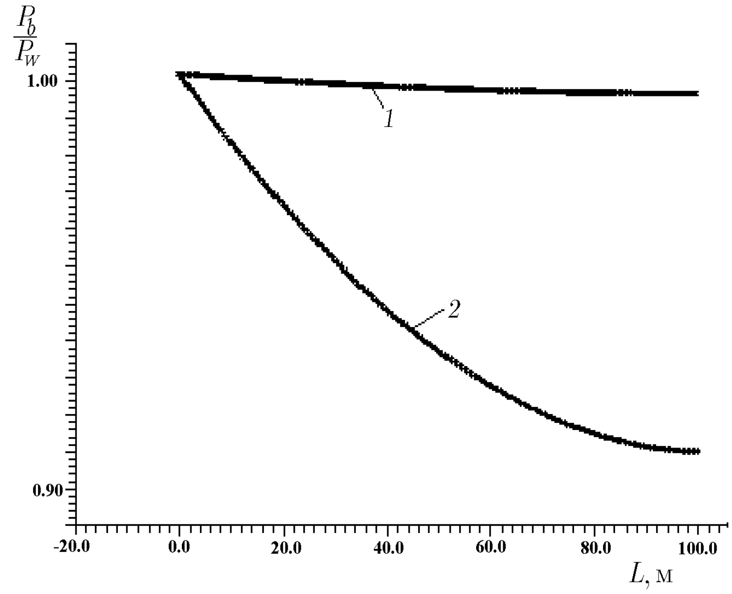

Рис. 3. Распределение среднего давления вдоль ствола ГС при плоском (*1*)и сферическом (*2*) контуре питания.

при увеличении длины в 3 раза. Рис. 2, *б* иллюстрирует зависимость давления на забое от расстояния до контура питания d. Значительное падение давления (90 %) происходит на расстоянии менее $20r_c$. Непосредственно к этому результату примыкают расчеты среднего давления внутри ствола скважины, полученные при L=100 м, r_c=0.1 м, d=5 м (рис. 3). Среднее давление внутри ствола скважины падает в этих условиях очень незначительно, однако в соответствии с результатами, показанными на рис. 2, *а*, ясно, что с увеличением длины это падение будет возрастать.

В целом отметим, что учет кривизны контура питания существенно влияет на характер технологических параметров горизонтальной скважины. Еще более заметна разница в распределении среднего давления вдоль ствола скважины, расположенной в пласте с криволинейным контуром питания, распределении давления в случае плоского контура питания. Если во втором случае падение незначительно (см. рис. 3), то в случае сферического контура питания оно составляет 0.5 % при тех же условиях.

Тем не менее численные эксперименты показали, что и с учетом непостоянства давления вдоль ствола ГС наша формула дает хорошие результаты. Погрешность не превышает 3 %.

Список литературы

[1] Антипов Д. М., Ибрагимов А. И., Панфилов М. Б. Модель сопряженного течения жидкости в пласте и горизонтальной скважине. *Изв. АН, Сер. МЖГ*, №5, 1996, 112–117.

[2] Маскет М. Течение однофазных жидкостей в пористой среде. Гостехиздат, М.-Л., 1949.

[3] Чарный И. А. Подземная гидромеханика ОГНЗ. Гостехиздат, М.-Л., 1948.

[4] Ибрагимов А. И., Некрасов А. А. Об одном аналоге метода Шварца для построения функции Грина задачи Заремба и его применении в задачах подземной гидромеханики. *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, в печати.

[5] Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидромеханика. Недра, М., 1994.

Поступила в редакцию 5 июля 1996 г.