

Моделирование гидратообразования в стволе вертикальной газовой скважины

М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, П. Е. Морозов, Л. А. Тулупов
Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань, Россия
e-mail: khailrullin@mail.knc.ru, shamsiev@mail.knc.ru

Mathematical model of the gas hydrate formation in a vertical gas well is suggested.
This model allows forecasting the hydrate traffic with any regimes of well exploitation.

Введение

При определенных термодинамических условиях в стволе скважины образуются кристаллические соединения — гидраты, что приводит к изменению режима эксплуатации скважины. Прогнозирование этих режимов необходимо для разработки соответствующих практических мероприятий, обеспечивающих безаварийную работу скважины в условиях гидратообразования.

В [1, 2] предлагается математическая модель процесса гидратообразования в системе скважина—горные породы. В [3, 4] получено новое уравнение движения границы раздела фаз. На основе данного уравнения в настоящей работе предлагается модель процесса гидратообразования в системе пласт—скважина—горные породы (рис. 1).

1. Неизотермическая фильтрация газа

В этом разделе приводится постановка задачи неизотермической фильтрации реального газа в пласте с учетом кондуктивного и конвективного переноса тепла, адиабатического расширения газа, эффекта Джоуля—Томсона. Процесс неизотермической фильтрации реального газа в круговом пласте к вертикальной скважине описывается следующей системой уравнений [2, 5]:

$$m_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p_1}{T_1 Z_0} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} \frac{p_1}{T_1 Z_0} r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right), \quad r \in (r_c, R_k), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1 r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + m_0 \left(1 + \frac{T_1}{Z_0} \frac{\partial Z_0}{\partial T} \right) \frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{k}{\mu} c_p \frac{p_1}{RT_1 Z_0} \frac{\partial p_1}{\partial r} \frac{\partial T_1}{\partial r} - \frac{k}{\mu} \frac{T_1}{Z_0} \frac{\partial Z_0}{\partial T} \left(\frac{\partial p_1}{\partial r} \right)^2, \quad r \in (r_c, R_k), \quad t > 0, \quad (2)$$

с начальными

$$p_1(r, 0) = p_0, \quad T_1(r, 0) = T_0, \quad r \in (r_c, R_k) \quad (3)$$

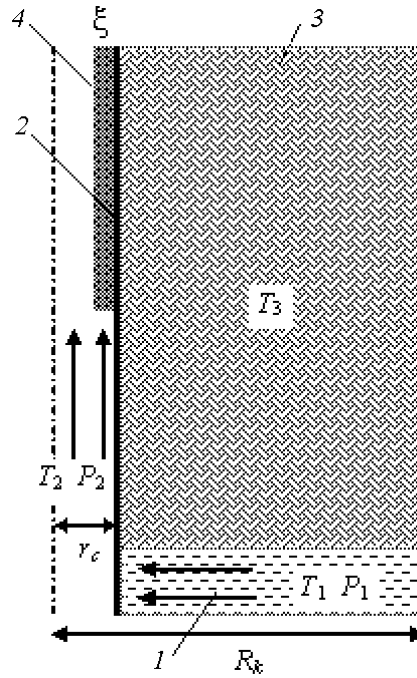


Рис. 1. Схема пласта—скважина—горные породы: 1 — газоносный пласт, 2 — ствол скважины, 3 — горные породы, 4 — гидратный слой

и граничными условиями

$$p_1(R_k, t) = p_0, \quad T_1(R_k, t) = T_0, \quad (4)$$

$$2\pi h \frac{k}{\mu RT_1 Z_0} \left[r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right]_{r=r_c} = M, \quad \left[r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right]_{r=r_c} = 0, \quad t > 0, \quad (5)$$

где $p_1 = p_1(r, t)$, $T_1 = T_1(r, t)$ — давление и температура газа в пласте (рис. 1), m_0 — пористость пласта, p_0 — пластовое давление, T_0 — пластовая температура, $Z_0 = Z_0(p, T)$ — коэффициент сверхсжимаемости газа, c_p — удельная теплоемкость газа, R — газовая постоянная, c_1 — объемная теплоемкость пласта, λ_1 — коэффициент теплопроводности пласта, r_c — радиус ствола скважины, μ — вязкость газа, $k = k(r)$ — проницаемость пласта, M — массовый расход газа, R_k — радиус контура питания, r_c — радиус скважины, h — толщина пласта. На границе пласта $r = r_c$ пренебрегается кондуктивным переносом тепла, поскольку его эффект мал по сравнению с конвективным переносом.

Краевая задача (1)–(5) решается методом конечных разностей. В области $\Omega = \{r_c \leq r \leq R_k, 0 \leq t \leq T\}$ вводятся сетки узлов $\omega_h = \{u_i, \ln r_c = u_0 < u_1 < \dots < u_N = \ln R_k, u_i = u_0 + ih, h = (u_N - u_0)/N\}$, $\omega_\tau = \{t_j, 0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{N_\tau} = T, t_j - t_{j-1} = \tau_j\}$. Для разностной аппроксимации этой задачи используются неявные разностные схемы:

$$\frac{e^{2u_i} m_0}{\tau_j} \left[\left(\frac{p}{TZ_0} \right)_i^j - \left(\frac{p}{TZ_0} \right)_i^{j-1} \right] = \frac{1}{h} \left[a_{i+1/2}^j \frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{h} - a_{i-1/2}^j \frac{p_i^j - p_{i-1}^j}{h} \right],$$

$$i = \overline{1, N-1}, \quad j = \overline{1, N_\tau},$$

$$\begin{aligned}
c_1 e^{2u_i} \frac{T_i^j - T_i^{j-1}}{\tau_j} &= \frac{\lambda_1}{h^2} [T_{i-1}^j - 2T_i^j + T_{i+1}^j] + \\
+m_0 e^{2u_i} \left(1 + \frac{T_i^j}{Z_{0i}^j} \frac{Z_{0i+1}^j - Z_{0i}^j}{T_{i+1}^j - T_i^j} \right) \frac{p_i^j - p_i^{j-1}}{\tau_j} &+ \frac{c_p}{R} \alpha_{i+1/2}^j \frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{h} \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{h} - \\
-\frac{k}{\mu} \frac{T_i^j}{Z_{0i}^j} \frac{Z_{0i+1}^j - Z_{0i}^j}{T_{i+1}^j - T_i^j} \left(\frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{h} \right)^2, & \quad i = \overline{0, N-1}, \quad j = \overline{1, N_\tau},
\end{aligned}$$

где

$$p_i^j = p(u_i, t_j), \quad T_i^j = T(u_i, t_j), \quad \alpha_{i\pm 1/2}^j = \frac{1}{2} \frac{k}{\mu} \left[\left(\frac{p}{TZ_0} \right)_{i\pm 1}^j + \left(\frac{p}{TZ_0} \right)_i^j \right].$$

Система разностных уравнений решается методом Ньютона [6]. В монографии [2] для решения краевой задачи (1)–(5) применяется метод расщепления по физическим процессам, т. е. уравнение сохранения энергии заменяется двумя дифференциальными уравнениями в частных производных, одно из которых гиперболическое, другое — параболическое. Численные решения краевой задачи (1)–(5), полученные методами Ньютона и расщепления по физическим процессам, хорошо согласуются.

2. Движение газа в стволе скважины

Течение газа в стволе скважины считается одномерным, т. е. все определяющие параметры зависят только от одной пространственной координаты z , отсчитываемой вдоль оси ствола скважины. При моделировании нарастания гидрата на стенках ствола скважины считается, что свободной влаги, необходимой для образования гидрата, достаточно по всей длине ствола скважины. Так как изменение толщины гидратного слоя $\xi(z, t)$ с течением времени достаточно мало, предполагается, что процессы перераспределения давления и температуры являются квазиустановившимися. В этом случае движение газа в стволе скважины с переменным сечением $S(z, t)$ описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными значениями давления и температуры газа на забое скважины на каждый момент времени [1–4]:

$$\frac{dp_2}{dz} = -g \frac{p_2}{T_2 Z_0} - \frac{T_2 Z_0 \sqrt{\pi} \psi M}{p_2 4S^{2.5}}, \quad z \in (0, L], \quad (6)$$

$$\frac{dT_2}{dz} = \frac{\pi D \alpha_n (T_n - T_2)}{c_p M} - \frac{g}{c_p} - \varepsilon \frac{dp_2}{dz}, \quad z \in (0, L], \quad (7)$$

$$p_2|_{z=0} = p_1(r_c, t), \quad T_2|_{z=0} = T_1(r_c, t), \quad (8)$$

$$T_f(p_2) = \beta_1 \ln(p_2) + \beta_2, \quad (9)$$

$$\alpha_n = \begin{cases} \alpha_w, & z \in I, \\ \alpha_g, & z \notin I, \end{cases} \quad T_n = \begin{cases} T_3(r_c, z, t), & z \in I, \\ T_f, & z \notin I. \end{cases}$$

Здесь $D(z, t) = 2[r_c - \xi(z, t)]$, $p_2 = p_2(z, t)$, $T_2 = T_2(z, t)$ — давление и температура газа в стволе скважины (рис. 1), ε — коэффициент Джоуля—Томсона, L — длина ствола скважины, ψ — коэффициент гидравлического сопротивления ствола скважины, α_w — коэффициент теплообмена между стволом скважины и горными породами, α_g — коэффициент теплообмена между газом и гидратным слоем, I — участки ствола скважины

без гидратного слоя, $T_3 = (r_c, z, t)$ — температура на внешней стенке скважины, T_f — температура фазового перехода газ—гидрат, β_1, β_2 — эмпирические константы. Соотношение (9) представляет собой зависимость между давлением и температурой фазового перехода, которая получается в результате интерполирования экспериментальных данных [2, 3].

Температура и давление на забое скважины находятся из решения задачи (1)–(5). В начальный момент времени считаются известными поперечное сечение ствола скважины и температура горных пород.

3. Тепловое взаимодействие скважины с окружающими горными породами

При образовании гидратного слоя в стволе скважины учитывается теплообмен с окружающими породами. Задача теплопроводности в окружающих горных породах формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = \kappa_3 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_3}{\partial z^2} \right], \quad z \in (0, L), \quad r \in (r_c, R_k), \quad t > 0, \quad (10)$$

$$T_3(r, z, 0) = T_s - Gz, \quad (11)$$

$$-\lambda_3 r \left. \frac{\partial T_3}{\partial r} \right|_{r=r_c} = r_c \alpha_3 (T_2 - T_3), \quad T_3|_{r=R_k} = T_s - Gz, \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial T_3}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_3}{\partial z} \right|_{z=L} = 0, \quad (13)$$

где $\alpha_3 = \left[\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\xi(z, t)}{\lambda_g} \right]^{-1}$, $T_3 = T_3(r, z, t)$ — температура горных пород (рис. 1), λ_3 — коэффициент теплопроводности горных пород, κ_3 — коэффициент температуропроводности горных пород, G — геотерма, T_s — температура горных пород на поверхности, λ_g — коэффициент теплопроводности гидрата. Для численного решения системы уравнений (10)–(13) применяется метод конечных разностей.

4. Условие Стефана на границе фаз газ—гидрат

Для вычисления положения границы раздела фаз газ—гидрат в стволе скважины используется условие Стефана [2, 7, 8]:

$$\rho_g l \frac{\partial \xi}{\partial t} = \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r=r_c-\xi} + \alpha_g (T_f - T_2), \quad (14)$$

где ρ_g — плотность гидрата, l — скрытая теплота гидратообразования, T_g — температура в области, занятой гидратом.

При выводе уравнения движения границы раздела фаз газ—гидрат считается, что распределение температуры в гидратном слое является установившимся и тепловой поток в радиальном направлении гораздо больше, чем в осевом. Из этих предположений

следует, что температуру T_g можно найти из решения квазистационарного уравнения теплопроводности:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) = 0, \quad (15)$$

$$\lambda_g r \frac{\partial T_g}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \alpha_w r_c [T_3(r_c, z, t) - T_g], \quad (16)$$

$$T_g|_{r=r_c-\xi} = T_f. \quad (17)$$

Из решения краевой задачи (15)–(17) и соотношения (14) получается уравнение движения границы раздела фаз [3, 4]:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\lambda_g (T_f - T_3(r_c, z, t))}{\rho_g l r_c \left[\frac{\lambda_g}{\alpha_w r_c} + \ln \left(1 - \frac{\xi}{r_c} \right) \right] \left(1 - \frac{\xi}{r_c} \right)} + \frac{\alpha_g (T_f - T_2)}{\rho_g l}. \quad (18)$$

Система уравнений (6)–(9) и (18) на каждом временном слое решается методом Ньютона.

5. Численные расчеты

Вычислительный алгоритм строится следующим образом:

- из решения задачи (1)–(5) определяются давление и температура на забое скважины;
- из решения задачи (10)–(13) находится распределение температуры в окружающих горных породах;
- из решения системы (6)–(9) и (18) находятся распределения давления, температуры и толщины гидратного слоя по стволу скважины.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $h = 10$ м, $R_k = 100$ м, $\mu = 0.02$ мПа, $r_c = 0.035$ м, $M = 5$ кг/с, $k = 0.001$ мкм², $m_0 = 0.2$, $c_p = 2093$ Дж/(кг·К), $c_1 = 2.7 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $\lambda_1 = 1,3$ Дж/(м·с·К), $\rho_g = 800$ кг/м³, $\lambda_g = 2$ Дж/(м·с·К), $l = 5.1 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\alpha_g = 200$ Дж/(м²·с·К), $\beta_1 = 10$, $\beta_2 = 243.2$, $\varepsilon = 0.04$ К/МПа, $\lambda_3 = 1.163$ Дж/(м·с·К), $\alpha_w = 5$ Дж/(м²·с·К), $L = 2$ км, $T_s = 270$ К, $T_0 = 300$ К,

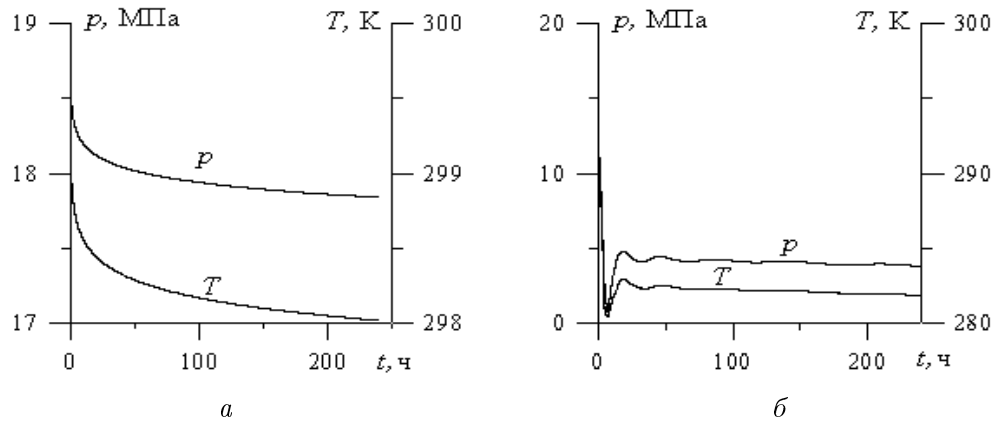


Рис. 2. Изменение температуры и давления на забое (а) и на устье (б) после пуска скважины

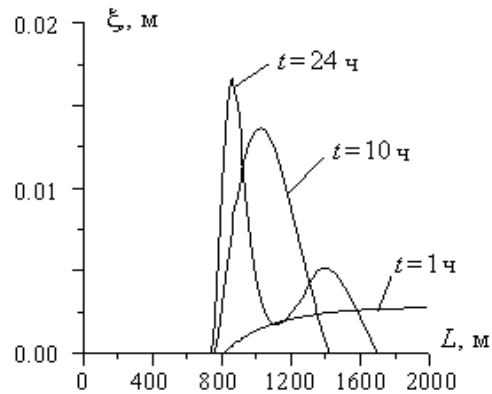


Рис. 3. Распределения гидратного слоя по стволу скважины в различные моменты времени

$p_0 = 20,0$ МПа. Коэффициент сверхсжимаемости газа Z_0 вычисляется по формуле Латунова—Гуревича [2]:

$$Z_0 = Z_0(p, T) = \left[0.17376 \ln \left(\frac{T}{T_c} \right) + 0.73 \right]^{\frac{p}{p_c}} + 0.1 \frac{p}{p_c},$$

где $T_c = 190.5$ К, $p_c = 4.58$ МПа.

Результаты численных расчетов даны на рис. 2 и 3. На рис. 2 приводятся кривые изменения температуры и давления на забое и устье скважины после ее пуска. После пуска скважины на устье наблюдаются резкие изменения давления и температуры. Это связано с образованием гидратного слоя на стенке скважины (рис. 3, кривая 1). Результаты расчетов показывают, что процесс образования гидрата начинается с некоторого расстояния от забоя скважины. Со временем гидратные образования не исчезают, а локализуются в определенных участках ствола (рис. 3). Если на забое скважины предположить постоянство давления и температуры, т. е. не учитывать тепло- и массоперенос в пласте, то гидрат образуется на устье скважины, как это показано и в работах [1, 2].

Список литературы

- [1] Бондарев Э.А., Габышева Л.Н., Каниболотский М.А. Моделирование образования гидратов при движении газа в трубах // *Механика жидкости и газа*. 1982. № 5. С. 105–112.
- [2] *Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа* / Э.А. Бондарев, В.И. Васильев, А.Ф. Воеводин и др. М.: Наука, 1998. 270 с.
- [3] Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Тулупов Л.А. Моделирование гидратообразования в газопроводах // *Нефтегазовое дело*, 2005. http://www.ogbus.ru/authors/Hairullin/Hairullin_1.pdf
- [4] Тулупов Л.А., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н. Моделирование гидратообразования в стволе вертикальной газовой скважины // *Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 15-летию ИММ КазНЦ РАН*. Казань: КГУ, 2006. С. 150–155.
- [5] Чарный И.А. *Основы газовой динамики*. М.: Гостоптехиздат, 1961. 200 с.
- [6] Азиз Х., Сеттари Э. *Математическое моделирование пластовых систем*. М.: Недра, 1982. 407 с.

- [7] Езичек М.Н., Маллигэн Д.К. Неустановившийся процесс замораживания при вынужденных течениях в круглых трубах // Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. С. "Теплопередача". 1999. Т. 91, № 3. С. 102–108.
- [8] КРАСОВСКИЙ Б.А. Тепловой и гидравлический режим трубопровода, транспортирующего замерзающую жидкость // ИФЖ. 1978. Т. 35, № 1. С. 125–132.

*Поступила в редакцию 26 июля 2007 г.,
в переработанном виде — 28 апреля 2008 г.*