БЕЗУДАРНОЕ СВЕРХСЖАТИЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА*

С. П. Баутин
Уральская государственная горно-геологическая академия
Екатеринбург, Россия
e-mail: bautin@ac.usart.ru

Special characteristic Cauchy problems are stated for the system of gas dynamics equations. The solutions of these problems describe the process of compression of the ideal gas to any preassigned density and to the infinite density. The proved theorems state the existence and uniqueness of piece-wise analytical solution of the formulated problems. The solutions are presented in the form of convergent series. The properties of the solutions are investigated. The solutions of one-, two- and three-dimensional non-stationary problems are given.

В настоящей работе исследуются решения системы уравнений газовой динамики

$$\begin{gathered} \sigma_t + \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \bigtriangledown\sigma + \frac{(\gamma-1)}{2}\sigma \mathrm{div}\overrightarrow{\mathbf{V}} = 0, \\ \overrightarrow{\mathbf{V}}_t + (\overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \bigtriangledown)\overrightarrow{\mathbf{V}} + \frac{2}{(\gamma-1)}\sigma s^2 \bigtriangledown \sigma + \frac{2}{\gamma}\sigma^2 s \bigtriangledown s = \overrightarrow{\mathbf{O}}, \\ s_t + \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \bigtriangledown s = 0, \end{gathered} \tag{1}$$

для политропного газа с уравнением состояния $p = A^2(S)\rho^\gamma/\gamma$, $\gamma = \mathrm{const} > 1$. Здесь ρ — плотность, $\sigma = \rho^{(\gamma-1)/2}$, $\overrightarrow{\mathbf{V}} = (u, v, w)$ — скорость газа, p — давление, S — энтропия, $s = A(S)$. Неизвестные функции $\overrightarrow{\mathbf{U}} = (\sigma, u, v, w, s)$ зависят от t, x_1, x_2, x_3. Все приведенные ниже теоремы справедливы (см., например, [1]) и для нормального газа [2] с произвольным уравнением состояния $p = p(S, \rho)$.

Под термином "безударное" далее понимается то, что искомые течения могут отделяться как друг от друга, так и от известных течений только слабыми разрывами, но не ударными волнами. Однако не исключается случай, когда известные течения разделены между собой ударными волнами.

Под термином "сверхсжатие" понимается следующее: в начальный момент времени $t = t_0$ плотность газа во всех точках конечна, например $\rho = \rho_0 = \mathrm{const} > 0$; в заданный конечный момент времени $t = t_* > t_0$ плотность искомого течения либо обращается в бесконечность, либо становится больше априори заданного значения $\rho_* > \rho_0$.

*Работа финансировалась Государственным комитетом РФ по высшему образованию через грантовый центр по исследованиям в области математики при Новосибирском государственном университете.

Известно пять разных точных решений системы (1), описывающих процесс безударного сильного сжатия газа, который в начальный момент времени однороден и покоится внутри конкретных геометрических тел (все эти решения являются автомодельными).

1. Простая центрированная волна Б. Римана, описывающая сильное сжатие плоского слоя (см., например, [3]).

2. Автомодельные решения Л. И. Седова — сильное сжатие шара и цилиндра [4, 5].

3. Двумерное решение В. А. Сучкова — сильное сжатие призмы при согласованных значениях показателя γ и угла призмы [6, 7].

4. Трехмерное решение А. Ф. Сидорова — сильное сжатие многогранника при согласованных значениях γ и двухгранных углов [7, 8].

5. Коническое решение А. Ф. Сидорова — сильное сжатие в окрестности оси вращения. С помощью последнего точного решения построено составное приближенное решение для описания сильного сжатия специального тела вращения [9–11].

Задача 1. Безударное сжатие заданного фонового течения до бесконечной плотности.

Пусть известны: $\overrightarrow{\mathbf{U}}_0(t, x_1, x_2, x_3)$ — фоновое течение, по которому будет распространяться искомая волна сжатия, Γ — звуковая характеристика фонового течения, отделяющего его от волны сжатия, $\overrightarrow{n}$ — нормаль к Γ в $\mathbf{R}^{\,3}$, t_* — момент сильного сжатия (в этот момент времени $\overrightarrow{\mathbf{U}}_0$ определено и имеет конечные значения параметров газа), $\overrightarrow{n}_* = \overrightarrow{n}|_{t=t_*}$; $\Gamma|_{t=t_*} : x_1 = x_1^0(\xi_1, \xi_2)$, $x_2 = x_2^0(\xi_1, \xi_2)$, $x_3 = x_3^0(\xi_1, \xi_2)$, т. е. $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r^0}(\xi_1, \xi_2)$, где $x_i^0(\xi_1, \xi_2)$ — аналитические функции в окрестности точки $(\xi_1 = \xi_1^0, \xi_2 = \xi_2^0)$, не особой для $\Gamma|_{t=t_*}$; $\overrightarrow{\mathbf{U}}_0|_{t=t_*} = \overrightarrow{\mathbf{U}}_{00}(\xi_1, \xi_2)$. Следуя методике работ [12–17] производится замена переменных $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r^0}(\xi_1, \xi_2) + \eta \overrightarrow{\mathbf{V}}_*(\xi_1, \xi_2)$, т. е. $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{R}(\eta, \xi_1, \xi_2)$. Здесь $\overrightarrow{\mathbf{V}}_* = \overrightarrow{\mathbf{V}}_{00} + \dfrac{2}{(\gamma - 1)} s_{00} \sigma_{00} \overrightarrow{n}_*$. Якобиан такого преобразования $J_1 = \overrightarrow{R}_{\xi_1} \overrightarrow{R}_{\xi_2} \overrightarrow{\mathbf{V}}_*$ отличен от нуля при условии $\overrightarrow{\mathbf{V}}_* \cdot \overrightarrow{n}_* \neq 0$.

$$\overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 = [\overrightarrow{\mathbf{R}}_{\xi_2}, \overrightarrow{\mathbf{V}}_*]/J_1, \quad \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2 = [\overrightarrow{\mathbf{R}}_{\xi_1}, \overrightarrow{\mathbf{V}}_*]/J_1, \quad \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3 = [\overrightarrow{\mathbf{R}}_{\xi_1}, \overrightarrow{\mathbf{R}}_{\xi_2}]/J_1.$$

Далее за новые независимые переменные берутся σ, ξ_1, ξ_2, t, а за новые искомые функции $\overrightarrow{\mathbf{U}} = (\eta, u, v, w, s)$. Якобиан такого перехода есть $J_2 = \eta_\sigma$. В результате система (1) перейдет в систему

$$\begin{gathered}
(-\eta_t + \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3) - \eta_{\xi_1} \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 - \eta_{\xi_2} \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2 + \\
+ \frac{\gamma - 1}{2} \sigma \left(\overrightarrow{\mathbf{V}}_\sigma \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3 - \eta_{\xi_1} \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 - \eta_{\xi_2} \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2 + \eta_\sigma \overrightarrow{\mathbf{V}}_{\xi_1} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 + \eta_\sigma \overrightarrow{\mathbf{V}}_{\xi_2} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2 \right) = 0, \\
\eta_\sigma \overrightarrow{\mathbf{V}}_t + (-\eta_t + \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3) \overrightarrow{\mathbf{V}}_\sigma + (\overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1)(\eta_\sigma \overrightarrow{\mathbf{V}}_{\xi_1} - \eta_{\xi_1} \overrightarrow{\mathbf{V}}_\sigma) + \\
+ (\overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2)(\eta_\sigma \overrightarrow{\mathbf{V}}_{\xi_2} - \eta_{\xi_2} \overrightarrow{\mathbf{V}}_\sigma) + \frac{2}{\gamma - 1} \sigma s^2 (\overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3 - \eta_{\xi_1} \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 + \eta_{\xi_2} \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2) + \\
+ \frac{2}{\gamma} \sigma^2 s [s_\sigma \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3 + (\eta_\sigma s_{\xi_1} - \eta_{\xi_1} s_\sigma) \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1 + (\eta_\sigma s_{\xi_2} - \eta_{\xi_2} s_\sigma) \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2] = \overrightarrow{\mathbf{O}}, \\
\eta_\sigma s_t + (-\eta_t + \overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_3) s_\sigma + (\overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_1)(\eta_\sigma s_{\xi_1} - \eta_{\xi_1} s_\sigma) + (\overrightarrow{\mathbf{V}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{\Psi}}_2)(\eta_\sigma s_{\xi_2} - \eta_{\xi_2} s_\sigma) = 0,
\end{gathered} \tag{2}$$

для которой на характеристике Γ ставятся начальные условия

$$\overrightarrow{\mathbf{U}}|_\Gamma = \overrightarrow{\mathbf{U}}_0|_\Gamma, \tag{3}$$

а также краевое условие

$$\eta(\sigma, \xi_1, \xi_2, t)|_{t=t_*} = 0. \tag{4}$$

Теорема 1. *Задача (2) – (4) является характеристической задачей Коши (ХЗК) стандартного вида* [18], *у которой в некоторой окрестности точки* $(\xi_1 = \xi_1^0, \xi_2 = \xi_2^0)$ *при* $\sigma|t-t_*|^{1/(2\alpha)} < M$ *существует единственное аналитическое решение. Это решение в пространстве переменных* (t, x_1, x_2, x_3) *описывает сжатие газа до бесконечной плотности в момент* $t = t_*$ *на поверхности* Γ. *Предполагается, что* $J_2|_{t=t_*} = 0, J_2|_{t\neq t_*} \neq 0$, $M = \mathrm{const} > 0$, $\alpha = (\gamma+1)/[2(\gamma-1)]$, $1 < \gamma < 3$.

В качестве примера берутся: $\overrightarrow{\mathbf{U}}_0 = (\sigma = 1, u = 0, v = 0, w = 0, s = 1)$; $\Gamma|_{t=t_*}$ — поверхность “амебы” — $x_1 = r^0(\varphi,\theta)\sin\varphi\sin\theta$, $x_2 = r^0(\varphi,\theta)\cos\varphi\sin\theta$, $x_3 = r^0(\varphi,\theta)\cos\theta$,

$$r^0(\varphi,\theta) = r_{0,0} - r_{1,0}\sum_{i=1}^{n}\exp\{-[1-\cos(\varphi-\varphi_i)]^{2n_0}[1-\cos(\theta-\theta_i)]^{2n_0}/(2r_{2,0})\};$$

$r_{0,0}$ — радиус исходной сферы; φ, θ — углы в сферической системе координат, $(\varphi_i, \theta_i) 1 \leq i \leq n$ — координаты точек на исходной сфере, в которых эта сфера вдавливается, $r_{1,0}$ — глубина вдавливания, $r_{2,0}, n_0$ — константы, регулирующие “локальность” вдавливания. Константы порождают ограничения $0 \leq m \leq m_*$, $t_{0*} \leq t_0 < t_*$, где m — масса газа, которая в момент $t = t_*$ сжата до бесконечной плотности.

Задача 2. Сжатие до любой наперед заданной конечной плотности.

Для простоты изложения рассматривается сжатие изнутри шарового ($\nu = 2$) или цилиндрического ($\nu = 1$) слоя покоящегося газа от плотности $\rho = 1$ до заданной плотности $\rho_* > 1$.

Теорема 2. *Пусть* $r = \sqrt{\sum_{i=1}^{\nu+1} x_i^2}$. *Задача*

$$\begin{gathered} r(u-r_t) + \frac{(\gamma-1)}{2}\sigma(ru_\sigma + \nu u r_\sigma) = 0, \\ r_\sigma u_t + (u-r_t)u_\sigma + \frac{2}{(\gamma-1)}\sigma = 0, \\ r(t,\sigma)|_{\sigma=1} = (t-t_*) + r_0, \\ u(t,\sigma)|_{\sigma=1} = 0, \\ r(t,\sigma)|_{t=t_*} = r_0 = \mathrm{const} > 0, \end{gathered} \tag{5}$$

является ХЗК стандартного вида [18], *у которой при* $\sigma|t-t_*|^{1/(2\alpha)} < M$ *имеется единственное аналитическое решение. С помощью этого решения ставятся задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений*

$$\begin{gathered} r_t(t,\sigma_0(t)) + r_\sigma(t,\sigma_0(t))\frac{d\sigma_0(t)}{dt} = u(t,\sigma_0(t)), \\ \sigma_0(t)|_{t=t_0} = 1, \end{gathered} \tag{6}$$

$$\begin{gathered} r_t(t,\sigma_1(t)) + r_\sigma(t,\sigma_1(t))\frac{d\sigma_1(t)}{dt} = u(t,\sigma_1(t)) + \sigma_1(t), \\ \sigma_1(t)|_{t=t_*} = \sigma_*, \end{gathered} \tag{7}$$

$\sigma_* = \rho_*^{(\gamma-1)/2}$, *у которых существуют единственные аналитические решения. При этом* $r = r(t,\sigma_0(t))$ *задает закон движения сжимающего поршня до момента* $t = t_1$, *выбор массы сжимаемого газа однозначно определяет момент* $t = t_0 > -1$. *Функция* $r = r(t,\sigma_1(t))$ *определяет характеристику* Γ_1, *которая выходит из точки* $(t = t_*, r = r_0)$ *и в момент*

$t = t_1$ $(t_0 < t_1 < t_*)$ пересекается с траекторией сжимающего поршня. На характеристике Γ_1: $\sigma = \sigma_1(t)$, $u = u(t, \sigma_1(t)) \equiv u_1(t)$. Задача

$$\begin{gathered} \sigma_t + u\sigma_r + \frac{(\gamma-1)}{2}\sigma(u_r + \nu u/r) = 0, \\ u_t + uu_r + \frac{2}{(\gamma-1)}\sigma\sigma_r = 0, \\ \sigma(t,r)|_{\Gamma_1} = \sigma_1(t), \\ u(t,r)|_{\Gamma_1} = u_1(t), \\ \sigma(t,r)|_{t=t_*} = \sigma_*, \end{gathered} \tag{8}$$

также является ХЗК стандартного вида [18], *у которой в окрестности точки* $(t = t_*$, $r = r_0)$ *существует единственное аналитическое решение.*

Рассмотренные ХЗК (5), (8) и описывают требуемое безударное сжатие до заданной плотности.

Гипотеза. Для любых других решений, описывающих сжатие заданной массы газа от плотности $\rho = 1$ до плотности, не меньшей ρ_*, работа, совершенная поршнем при сжатии газа, будет не меньше, чем работа, совершенная поршнем, составная траектория движения которого однозначно определяется из решений ХЗК (5), (8).

Для случая плоскосимметричных течений $(\nu = 0)$ решением ХЗК (5) является простая центрированная волна Б. Римана, а решением ХЗК (8) — однородный движущийся газ с параметрами $\sigma = \sigma_* = \mathrm{const}$, $u = u_* = \mathrm{const}$, $\sigma_* = 1 + (\gamma-1)u_*/2$. Методами оптимального управления в случае $\nu = 0$ гипотеза доказана в работах [19, 20].

Задача 3. Состыковка течений различной размерности при описании безударного сильного сжатия.

Теорема 3. *Пусть $\xi = 1 + (\gamma-1)u/2$. Задача*

$$\begin{gathered} [(\gamma-1)(\varphi - \frac{u^2+v^2}{2}) - (\varphi_u - u)^2]\varphi_{vv} + \\ +2(\varphi_u - u)(\varphi_v - v)\varphi_{uv} + \\ +[(\gamma-1)(\varphi - \frac{u^2+v^2}{2}) - (\varphi_v - v)^2]\varphi_{uu} = 0, \\ \varphi(u,v)|_{v=0} = 2(\xi-1)^2/[(\gamma-1)^2] + \xi^2/(\gamma-1), \\ \varphi_v(u,v)|_{v=0} = \sqrt{D_0^2\xi^2 + D_1\xi^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}, \\ \varphi_v(u,v)|_{v=k_0u} = k_0\varphi_u(u,v)|_{v=k_0u} \end{gathered} \tag{9}$$

есть ХЗК стандартного вида [18], *у которой в окрестности точки $(u = 0, v = 0)$ существует единственное аналитическое решение.*

Это решение при $\{v \le 0,\ v - k_0u \ge 0,\ t \ge 0\}$ описывает [21] истечение в вакуум с косой стенки $x_2 = k_0x_1$. А при $\{v \ge 0,\ v - k_0u \le 0,\ t \le 0\}$ решение ХЗК (9) описывает процесс безударного сжатия в момент $t_* = 0$ до бесконечной плотности газа, первоначально заполнявшего призму: $x_2 \le 0$, $x_1 \ge x_1^0$, $x_2 \ge k_0x_1$ — при любых $k_0 > 0$ и любых значениях γ: $1 < \gamma < 3$. Здесь $D_0 = \sqrt{(\gamma+1)/(3-\gamma)}$, $D_1 = k_0^2 - D_0^2$, $x_1^0 = \mathrm{const} < 0$. Используя решение задачи (9) при $k_0 = \mathrm{tg}(\pi/n)$, $n = 3$, 4, 5, ... можно “замкнуть” сжимаемую конфигурацию — составной поршень будет сжимать правильную n-угольную призму со всех сторон. В случае решения В. А. Сучкова $(k_0 = D_0 > 1)$ это возможно только при $n = 3$

($k_0 = \sqrt{3}$) и только для $\gamma = 2$. Вид характеристики $v = 0$ при $t \neq 0$ в плоскости переменных (x_1, x_2)

$$\frac{x_1}{t} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\xi - \frac{2}{\gamma-1},$$
$$\frac{x_2}{t} = \sqrt{D_0^2\xi^2 + D_1\xi^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}$$

приводит к ограничению на массу сжимаемого газа во всех случаях, кроме случая В. А. Сучкова.

Теорема 4. *Задача*

$$\begin{gathered}
r\cdot\Delta\cdot\sigma_t + r(z_t r_w - r_t z_w + u z_w - w r_w)\sigma_u + \\
+ r(r_t z_u - z_t r_u - u z_u + w r_u)\sigma_w + \\
+ \frac{\gamma-1}{2}\sigma[r(z_w + r_u) + \Delta\cdot u] = 0, \\
z_t r_w - r_t z_w + u z_w - w r_w + \frac{2}{\gamma-1}\sigma(z_w\sigma_u - z_u\sigma_w) = 0, \\
r_t z_u - z_t r_u - u z_u + w r_u + \frac{2}{\gamma-1}\sigma(-r_w\sigma_u + r_u\sigma_w) = 0, \\
r(t,u,w)|_{w=0} = r^0(t,u), \\
\sigma(t,u,w)|_{w=0} = \sigma^0(t,u), \\
z(t,u,w)|_{w=k_0 u} = k_0[r(t,u,w) - r_0]|_{w=k_0 u}
\end{gathered} \tag{10}$$

является характеристической задачей Коши стандартного вида [18] *и имеет единственное аналитическое решение в некоторой окрестности точки* ($t = t_*$, $u = 0$, $w = 0$)*. Здесь* $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, $z = x_3$, $\overrightarrow{\mathbf{V}} = (u\cos\varphi, u\sin\varphi, w)$, r, z, σ *— неизвестные функции,* t, u, w *— независимые переменные,* $\Delta = r_u z_w - z_u r_w$, $\Delta|_{t\neq t_*} \neq 0$, $\Delta|_{t=t_*} = 0$, $r^0(t,u)$, $\sigma^0(t,u)$ *взяты из решения ХЗК (5) при* $\nu = 1$.

ХЗК (10) описывает процесс безударного сжатия до бесконечной плотности однородного и покоящегося газа, заполняющего в начальный момент $t = t_0$ тор с треугольным сечением. Поверхности, образующие этот тор, задаются уравнениями $z = \pm k_0(r - r_0)$, $r = r_1$. Здесь $0 < r_1 = \mathrm{const} < r_0 = \mathrm{const}$, $k_0 = \mathrm{const}$. Аналогичную геометрическую конфигурацию — тор с треугольным сечением — имеют некоторые взрывомагнитные генераторы [22].

Список литературы

[1] Баутин С. П., Дерябин С. Л. Задача об истечении в вакуум нормального газа. *Динамика сплошной среды*, вып. 107, 1993, 26–38.

[2] Овсянников Л. В. *Лекции по основам газовой динамики.* Наука, М., 1981.

[3] Станюкович К. П. *Неустановившиеся движения сплошной среды.* Гос. изд-во техн.-теор. лит., М., 1955.

[4] Седов Л. И. *Методы подобия и размерности в механике.* Наука, М., 1981.

[5] Забабахин Е. И., Забабахин И. Е. *Явления неограниченной кумуляции.* Наука, М., 1988.

[6] Сучков В. А. Истечение в вакуум на косой стенке. *Прикл. математика и механика*, **27**, вып. 4, 1963, 739–740.

[7] Сидоров А. Ф. Некоторые оценки степени кумуляции энергии при плоском и пространственном сжатии газа. *Докл. АН СССР*, **318**, №3, 1991, 548–552.

[8] Сидоров А. Ф. Два точных решения уравнений гидродинамики типа тройной волны. *Прикл. математика и механика*, **28**, вып. 6, 1964, 1139–1142.

[9] Сидоров А. Ф. Оценки предельных степеней кумуляции энергии при безударном сжатии газа. *Докл. РАН*, **329**, №4, 1993, 444–448.

[10] Сидоров А. Ф. Исследование особенностей нестационарных конических течений газа. *Там же*, **335**, №6, 1994, 732–735.

[11] Сидоров А. Ф., Хайруллина О. Б. Процессы безударного конического сжатия и разлета газа. *Прикл. математика и механика*, **58**, вып. 4, 1994, 81–92.

[12] Баутин С. П. Схлопывание одномерной полости. *Там же*, **46**, вып. 1, 1982, 50–59.

[13] Баутин С. П. Одномерное истечение газа в вакуум. *Числ. методы механики сплошной среды*, **14**, №4, 1983, 3–20.

[14] Баутин С. П. Двумерное истечение в вакуум неоднородного движущегося газа. *Прикл. математика и механика*, **47**, вып. 3, 1983, 433–439.

[15] Баутин С. П., Дерябин С. Л. Истечение идеального газа в вакуум. *Докл. АН СССР*, **273**, №4, 1983, 817–820.

[16] Дерябин С. Л. Трехмерное истечение в вакуум из состояния покоя. *Числ. методы механики сплошной среды*, **14**, №4, 1983, 58–73.

[17] Дерябин С. Л. Трехмерное истечение в вакуум неоднородного движущегося газа. *Динамика сплошной среды*, вып. 65, 1984, 56–74.

[18] Баутин С. П. Характеристическая задача Коши для квазилинейной аналитической системы. *Дифференциальные уравнения*, **XII**, №11, 1976, 2052–2063.

[19] Сидоров А. Ф. Об оптимальном безударном сжатии газовых слоев. *Докл. АН СССР*, **313**, №2, 1990, 283–287.

[20] Сидоров А. Ф. Безударное сжатие баратропного газа. *Прикл. математика и механика*, **55**, вып. 5, 1991, 769–779.

[21] Баутин С. П., Дерябин С. Л. О существовании аналитических решений задачи о разлете газа в вакуум при наличии угловой точки. В *“Приближен. методы решения краевых задач механики сплошной среды”*. УНЦ АН СССР, Свердловск, 1985, 3–14.

[22] Чернышев В. К. и др. Основные типы взрывомагнитных генераторов и их применения. *Тез. докл. IV Междунар. конф. “Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике”*. ИГ СО РАН, Новосибирск, 1995, 118.

Поступила в редакцию 19 сентября 1995 г.,
в переработанном виде 9 февраля 1998 г.