

Нелинейные волны на пленке, увлекаемой потоком газа*

А. М. ФРАНК

*Учреждение Российской академии наук
Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия
e-mail: frank@icm.krasn.ru*

Приведен краткий обзор результатов, полученных автором при численном исследовании двумерных нелинейных волн на границе жидкой пленки, увлекаемой потоком существенно более легкой жидкости (газа). Численное моделирование осуществлялось в рамках полных уравнений Навье—Стокса на основе метода частиц для несжимаемой жидкости.

Ключевые слова: жидкая пленка, двухслойное течение, волны.

Введение

Волны на поверхности жидкой пленки, движимой потоком газа, присутствуют во многих технологических процессах и технических устройствах: в теплообменниках, испарителях, конденсаторах и т. д. Тем не менее они изучены гораздо слабее их гравитационных аналогов, т. е. волн в пленках, стекающих под действием силы тяжести. Немногочисленные теоретические и численные исследования имеют дело, как правило, с жидкостями с близкими плотностями и/или вязкостями, поскольку большое отличие этих величин привносит дополнительные сложности. В существующих экспериментальных работах в отличие от экспериментов по гравитационным волнам изучались только естественные волны, которые быстро становятся трехмерными и нерегулярными. Эксперименты по вынужденным (возбуждаемым) волнам пока отсутствуют. В настоящей работе приводится обзор результатов, полученных автором по численному моделированию таких волн в рамках полных уравнений Навье—Стокса с соответствующими условиями на границе раздела. Обзор работ по устойчивости двухслойных течений, а также по теоретическим, численным и экспериментальным исследованиям волн в такой системе можно найти в цитируемых ниже работах [1, 2].

1. Обзор результатов

Пленка увлекается газовым потоком в канале, как показано на рис. 1, при этом влиянием силы тяжести пренебрегается. Это предположение справедливо для достаточно тонких пленок на вертикальной подложке, когда напряжение сдвига на границе раздела существенно превышает массовую силу тяжести, а также в невесомости, где такой способ обеспечения движения жидких пленок служит альтернативой силе гравитации.

*Работа выполнена при поддержке СО РАН, интеграционный проект № 111.
© ИВТ СО РАН, 2009.

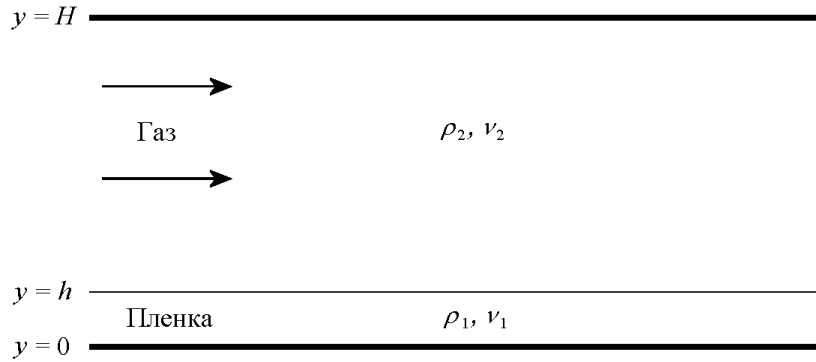


Рис. 1. Общая схема двухслойного течения

Движение обеих фаз описывается системой безразмерных уравнений, в которых в качестве масштаба длины использованы толщина пленки h и вязкий масштаб времени h^2/ν_1

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \operatorname{div} P + WK\delta(\eta)\mathbf{n}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

Здесь $P = -pI + 2\rho\nu S$ — тензор напряжений Навье—Стокса; $W = \frac{\sigma_0 h}{\rho\nu_1^2}$ — параметр, характеризующий поверхностное натяжение (обратное число Вебера); K — удвоенная средняя кривизна границы раздела; $\delta(\eta)$ — дельта-функция расстояния до границы раздела $\eta = \frac{y - f(t, x)}{\sqrt{1 + f_x^2}}$, $y = f(t, x)$ — уравнение границы; \mathbf{n} — единичная нормаль к ней; ρ и ν — кусочно-постоянные безразмерные плотность и кинематическая вязкость, равные единице для жидкости и ρ_2/ρ_1 и ν_2/ν_1 для газа. Далее рассматриваются периодические двумерные волны, поэтому на боковых границах расчетной области ставятся периодические граничные условия в сочетании с условием прилипания на стенках канала. Для расчетов использовался метод частиц для несжимаемой жидкости [3]. Подробное описание его реализации применительно к рассматриваемой задаче можно найти в [2].

Первым результатом численного моделирования можно считать обнаружение уединенных волн при определенных режимах течения. Ранее в некоторых экспериментах наблюдались волны, которые авторы характеризовали как уединенные, однако приведенные там фотографии и мареограммы не являются бесспорным тому свидетельством (см. ссылки в [1]). В настоящих расчетах уединенные волны, как им и положено, являются финитными (или очень быстро затухающими на бесконечности) возмущениями, распространяющимися с постоянной скоростью без изменения формы. На рис. 2 приведен характерный профиль такой волны (в дальнейшем волны в пленке, движимой потоком газа, будем для краткости называть “сдвиговыми”) в сравнении с “гравитационным” солитоном той же амплитуды (здесь и далее имеется в виду солитон на пленке, стекающей по вертикальной стенке под действием силы тяжести). Видно, что солитоны весьма похожи и существенно отличаются лишь формой капиллярных предвестников. Данные волны получены при следующих безразмерных параметрах течения: отношение плотностей $\rho_2/\rho_1 = 10^{-3}$, вязкостей $\nu_2/\nu_1 = 10$, обратное число Вебера $W = 10^4$, высота канала $H = 10h$. Наряду с уединенными имеют место и периодические нелинейные волны. Существенное отличие сдвиговых волн (периодических и уединенных) от

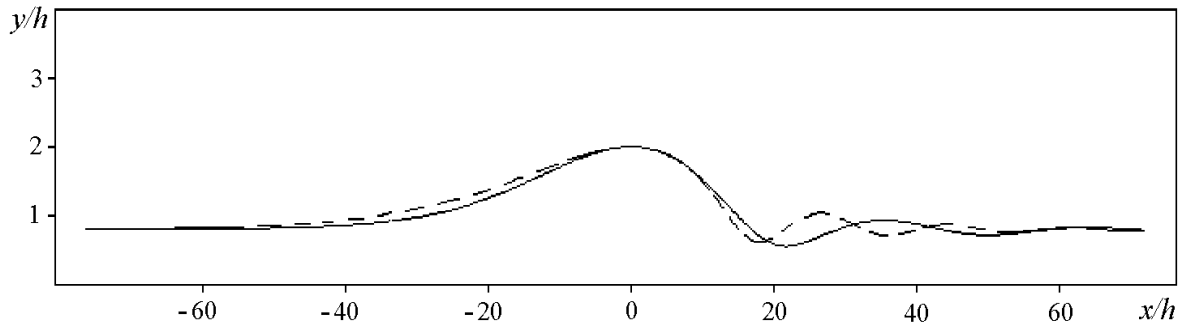


Рис. 2. Сдвиговый солитон (сплошная линия) в сравнении с гравитационным (штриховая линия) той же амплитуды

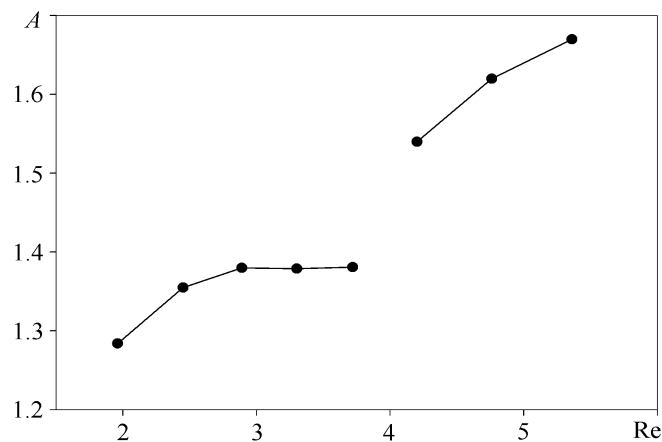


Рис. 3. Амплитуда волн в зависимости от числа Рейнольдса пленки в окрестности $Re \approx 4$

гравитационных наблюдается при сравнении их амплитуд и фазовых скоростей (о чем пойдет речь ниже).

Второй результат заключается в обнаружении при определенных режимах течения сдвиговых волн, имеющих одинаковые амплитуду и длину волны, но отличающихся формой и фазовой скоростью. Существование таких волн иллюстрирует рис. 3, из которого видно, что в диапазоне чисел Рейнольдса $Re \approx 3-4$ амплитуда волн остается практически неизменной (здесь и далее под безразмерной амплитудой волн понимается максимальное относительное возвышение свободной границы над дном, равное 1 в покое). Вместе с тем их фазовая скорость на этом участке продолжает возрастать (см. Fig. 10 в [2]). Пример двух таких волн приведен на рис. 4. Последнее сильно отличает сдвиговые волны от гравитационных, для которых амплитуда и длина волны однозначно определяют остальные их характеристики.

Следующий полученный результат состоит в обнаружении довольно узкой области в окрестности числа Рейнольдса пленки $Re \approx 4$ (см. рис. 3), где не существует стационарных волн. Вместо этого здесь реализуется нестационарный режим, при котором безразмерная амплитуда волны колеблется периодически в пределах 1.15–1.55, т. е. от почти полного затухания до волн большой амплитуды (см. Fig. 12 в [2]). Интересно отметить, что при этом стационарные волны наблюдаются вокруг данной узкой области, т. е. как при меньших, так и при больших скоростях течения пленки.

К числу качественно новых можно также отнести результаты исследования автомодельности профилей продольной скорости в сдвиговых волнах. В теории предположение об автомодельности профилей ведет к существенному упрощению задачи и позволяет получать приближенные уравнения волнового движения пленок. Известно [4], что такая автомодельность имеет место для гравитационных волн на пленке не слишком большой амплитуды. Известно также, что при увеличении амплитуды автомодельность нарушается быстрее всего в капиллярном предвестнике, где появляется возвратное течение. Наши расчеты показали, что автомодельность профилей скорости для достаточно длинных сдвиговых волн в большом канале ($H = 10h$) имеет место до значения безразмерной амплитуды около 1.7 (примерно так же, как для гравитационных). Далее возникает возвратное течение и автомодельность во впадине перед волной нарушается. В канале меньшей высоты $H = 3h$ нарушение автомодельности наступает раньше, при амплитуде волн около 1.5.

Исследовались также количественные характеристики сдвиговых волн в сравнении с гравитационными и влияние на них таких факторов как высота канала (относительно толщины пленки) и соотношение плотностей и вязкостей жидкости и газа. На рис. 5 представлены зависимости, из которых следует, что сдвиговые волны имеют существенно большую амплитуду, чем гравитационные, при одинаковом числе Рейнольдса пленки, т. е. при одинаковом безразмерном расходе, а также существенно меньшую фазовую

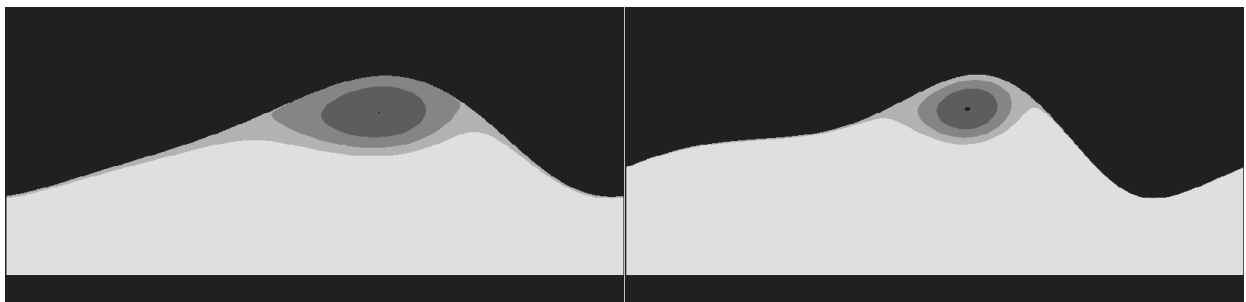


Рис. 4. Две волны одинаковой амплитуды, различающиеся формой и фазовой скоростью

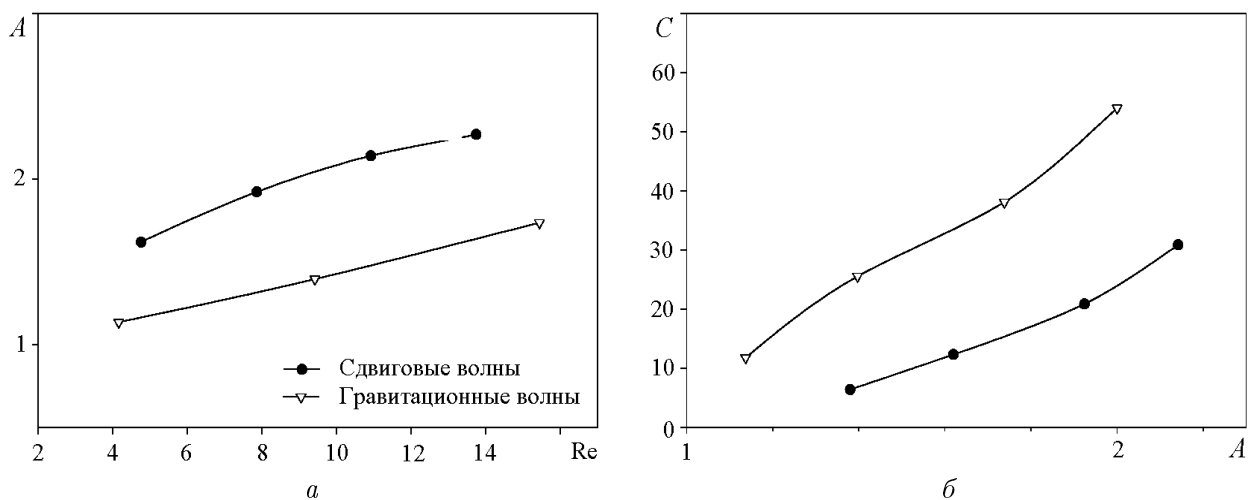


Рис. 5. Амплитуда волн в зависимости от числа Рейнольдса пленки (a) и фазовая скорость волн в зависимости от амплитуды (b)

скорость при одинаковой амплитуде (для канала высотой $H = 10h$). Кроме того, в [1] было показано, что при определенном масштабировании для сдвиговых волн можно получить некоторую универсальную (т. е. не зависящую от длины волны) зависимость фазовой скорости волн от комплекса, содержащего число Рейнольдса и амплитуду. Ранее подобная зависимость в тех же переменных была получена для гравитационных волн [4]. Следует отметить, что зависимость для сдвиговых волн в отличие от случая гравитационных волн получилась нелинейной. Как видно из рис. 5, фазовые скорости сдвиговых и гравитационных волн сильно различаются. Однако если строить кривые фазовой скорости не в зависимости от амплитуды волны, а в зависимости от числа Рейнольдса пленки, то фазовые скорости обоих семейств волн становятся весьма близкими (см. Fig. 5 в [2]).

Зависимость характеристик волн от вязкости и плотности газа (относительно аналогичных параметров жидкости) исследовалась в [5]. Отметим здесь два факта. Первый состоит в том, что в отличие от безволнового, плоского двухслойного течения, в котором расход в пленке прямо пропорционален расходу газа и его динамической вязкости, расход в пленке при наличии волнового режима зависит от плотности газа (при постоянной динамической вязкости). В частности, зависимость расхода в пленке от расхода газа при $\rho_2/\rho_1 = 0.005$ и $\nu_2/\nu_1 = 2$ (далее газ 2) раньше начинает отклоняться от линейной и дает существенно больший расход в пленке по сравнению с более легким газом (газ 1) при $\rho_2/\rho_1 = 0.001$ и $\nu_2/\nu_1 = 10$ (см. Fig. 2 в [5]). Второй факт заключается в том, что амплитуда волн в случае более тяжелого газа 2 существенно больше, чем для газа 1 при одном и том же значении числа Рейнольдса пленки (см. Fig. 3 в [5]). Это опять-таки качественно и количественно отличает такое течение от безволнового. Дело в том, что касательное напряжение на границе раздела для плоского безволнового течения, которое казалось бы разумно предположить главным параметром, определяющим амплитуду волн, зависит лишь от числа Рейнольдса и не зависит ни от плотности, ни от вязкости газа.

Представленные результаты были получены в основном для канала высотой $H = 10h$. При этом толщина потока газа на порядок превышает толщину пленки и этот случай, вероятно, можно рассматривать как предельный $H \gg h$. Случай, когда толщина газового потока сравнима с толщиной пленки, также был рассмотрен. Уменьшение высоты канала до $H = 3h$ существенно сказывается на характеристиках сдвиговых волн. Так, их амплитуда при одинаковом (с большим каналом) числе Рейнольдса пленки заметно уменьшается, в то время как фазовая скорость при одной и той же амплитуде, напротив, существенно увеличивается, приближаясь к фазовой скорости гравитационных волн той же амплитуды (см. Fig. 4, 7 в [2]).

Заключение

Проведено численное исследование волн на пленке, увлекаемой потоком газа. Показано существование уединенных волн в такой системе. Проведено сравнение характеристик этих волн с гравитационными волнами на пленке. Показано, что в канале, имеющем высоту намного большую толщины пленки, при одинаковом числе Рейнольдса пленки эти волны имеют значительно большую амплитуду, а при одинаковой амплитуде — значительно меньшую фазовую скорость, чем гравитационно-капиллярные. Показано также, что амплитуды волн существенно зависят от (относительной) плотности и вязкости газа при постоянном расходе пленочного течения (несмотря на то что касатель-

ное напряжение на границе раздела для невозмущенного течения пленки не зависит от этих параметров). Высота канала существенно влияет на параметры волн, в частности, в узком канале амплитуда волн уменьшается (при фиксированном расходе в пленке), а их фазовая скорость увеличивается (при фиксированной амплитуде волн). Существует диапазон изменения расхода газа (и соответственно расхода жидкости), когда амплитуда стационарных волн практически не меняется. При этом изменяются их форма и фазовая скорость. Таким образом, фазовая скорость волн не является однозначной функцией их амплитуды. Продемонстрирована автомодельность профилей горизонтальной скорости в таких волнах вплоть до возникновения возвратного течения.

Список литературы

- [1] FRANK A.M. Shear driven solitary waves on a liquid film // Phys. Rev. E. 2006. Vol. 74. P. 065301 (4 pages).
- [2] FRANK A.M. Numerical simulation of gas driven waves in a liquid film // Phys. Fluids. 2008. Vol. 28. P. 122102 (9 pages).
- [3] ФРАНК А.М. Дискретные модели несжимаемой жидкости. М.: Физматлит, 2001. 208 с.
- [4] АЛЕКСЕЕНКО С.В., НАКОРЯКОВ В.Е., ПОКУСАЕВ Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992. 200 с.
- [5] FRANK A.M. The influence of gas-liquid properties on gas driven waves in a film // Microgravity Sci. Technol. 2007. Vol. XIX, N 3-4. P. 38-40.

Поступила в редакцию 20 октября 2009 г.