

Экстремальная негидростатическая приливная динамика*

Н. Е. Вольцингер¹, А. А. Андросов^{1,2,†}

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия

²Институт полярных и морских исследований им. Альфреда Вегенера, Бремерхафен, Германия

†Контактный e-mail: alexey.androsov@awi.de

Моделирование длинноволновых океанологических процессов традиционно выполняется в гидростатическом (Гс) приближении, обеспечивающем высокую точность расчета гидрофизических полей, когда вертикальным ускорением движения можно пренебречь. На горном рельефе это не так, и учет динамической компоненты давления становится необходимым.

Негидростатическое (Нг) моделирование крупномасштабных океанологических явлений реализуется решением 3D краевой гидродинамической задачи. Структура метода составляют этапы решения Гс-задачи, краевой задачи для уравнения Пуассона (Нг) и коррекции полей гидрофизических характеристик.

Значимость Нг-фактора выявляется при рассмотрении безразмерного вида уравнений, когда безразмерные параметры характеризуют горный рельеф области. Случай резких изменений рельефа, требующий решения Нг-задачи, — пролив Ломбок. Приводятся оценки Нг-фактора в водообмене между океанами, результаты сравнения спектров вертикальной скорости в Гс- и Нг-постановках.

Ключевые слова: гидростатика/негидростатика, горный рельеф, районирование подобластей негидростатики, 3D краевая задача, пролив Ломбок.

Библиографическая ссылка: Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Экстремальная негидростатическая приливная динамика // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24, № 2. С. 37–51. DOI: 10.25743/ICT.2019.24.2.004.

Введение

Приливные движения характеризуются периодом от часов до нескольких суток и отношением пространственных масштабов — вертикального к горизонтальному $\varepsilon = H_0/L_0$; при $\varepsilon < O(10^{-2})$ моделирование приливов с высокой точностью выполняется в гидростатическом приближении. Из рассмотрения уравнения плавучести с масштабом горизонтальной скорости u_0 и частотой плавучести $N = (-g\rho_z/\rho_0)^{1/2}$, где g — гравитационное ускорение, ρ — плотность, ρ_0 — ее отсчетное значение, следует, что вертикальным ускорением частиц жидкости можно пренебречь и давление будет гидростатическим, если

$$u_0^2/N^2L_0^2 \ll 1 \quad \text{или} \quad \Gamma = \varepsilon^2/\text{Ri} \ll 1, \quad (1)$$

где $\text{Ri} = N^2H_0^2/u_0^2$ — число Ричардсона [1].

*Title translation and abstract in English can be found on page 51.

© ИВТ СО РАН, 2019.

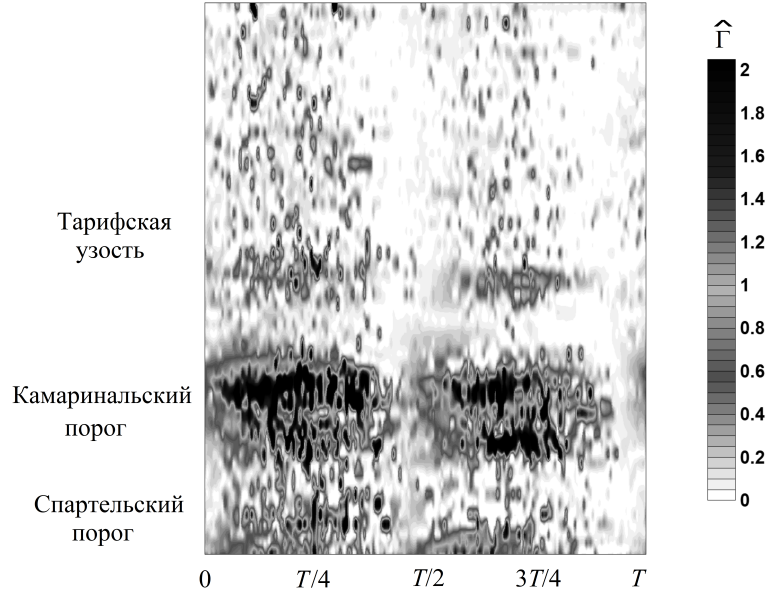


Рис. 1. Нарушение критерия гидростатики за приливный период волны M_2 в зонах Гибралтарского пролива

Критерий (1) справедлив, когда характерные масштабы имеют присущий им смысл. На горном рельефе глубина в области горы быстро изменяется, а длина набегающей приливной волны уменьшается. В таких условиях ε уже не представляет отношения характерных масштабов. Если за меру H_0 принять, например, среднюю линию прямоугольной трапеции, другой стороной которой является склон горы, то характерной глубиной будет $h_* = H_0 - \frac{1}{2}h_0$, где H_0 — глубина у подошвы горы, h_0 — ее высота; в случае, когда h_0 составляет значительную часть H_0 , ε выражает уклон ($\varepsilon = \text{tg } \varphi$) и критерий (1) трансформируется к виду

$$\hat{\Gamma} = \frac{u_0^2}{h_*^2 N^2} \text{tg}^2 \varphi. \quad (2)$$

Возросшие значения $\hat{\Gamma}$ уже не могут служить оправданием пренебрежения вертикальным ускорением и определяют, в какой мере необходим учет Нг-фактора. На рис. 1 представлены значения $\hat{\Gamma}$ вдоль оси Гибралтарского пролива в ходе приливного цикла, когда действительно у Камаринальского порога критерий (2) достигает значений $O(1)$. Значимость Нг-фактора выступает непосредственно в безразмерном виде уравнений, когда масштабы задачи отражают ситуацию на горном рельефе.

В области $Q_T = Q \times [0, T^*]$, где Q — трехмерная область, ограниченная свободной поверхностью воды $\zeta(x, y, t)$, дном $h(x, y)$ и боковой поверхностью δQ , $Q = \{x, y, z; x, y \subset \Omega, -h \leq z \leq \zeta\}$, $0 \leq t \leq T^*$, рассмотрим уравнения движения и неразрывности:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla(p + q) - f\mathbf{v}^0 + \mathbf{f}_r w = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \equiv (\vartheta \mathbf{v}_z)_z + \nabla(K \nabla \mathbf{v}), \quad (3)$$

$$\frac{dw}{dt} + q_z - \mathbf{f}_r \mathbf{v} = F_3 \equiv (\vartheta w_z)_z + \nabla(K \nabla w), \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} + w_z = 0, \quad (5)$$

где $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}\nabla + w\partial/\partial z$, $\mathbf{v} = (u, v)$ — вектор скорости, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$; p — гидростатическое давление; q — динамическое давление (здесь (p, q) означают $(p, q)/\rho_0$, ρ_0 — отсчетное значение плотности ρ : $\rho = \rho_0 + \rho'$); f — вертикальная компонента вектора Кориолиса; \mathbf{f}_r — вектор его горизонтальных компонент: $\mathbf{f}_r = (f_{(y)}, -f_{(x)})$, $\mathbf{v}^0 = (v, -u)$; ϑ , K — коэффициенты вертикального и горизонтального турбулентного обмена. Градиент гидростатического давления является суммой своих баротропного и бароклининого градиентов; g — гравитационное ускорение:

$$\nabla p = g\nabla(\zeta + I), \quad I = \int_z^\zeta \frac{\rho'}{\rho_0} dz. \quad (6)$$

Введем безразмерные переменные

$$(x', y') = (x, y)/L, \quad z' = z/H, \quad t' = tu_0/L, \quad \mathbf{v}' = \mathbf{v}/u_0, \quad w' = w/w_0, \quad \varepsilon = H/L, \\ p' = p/p_0, \quad q' = q/q_0, \quad (f', \mathbf{f}'_r) = (f, \mathbf{f}_r)/f_0, \quad \zeta' = \zeta/\zeta_0, \quad N' = N/N_0$$

и запишем уравнения (3)–(5) в безразмерном виде

$$\mathbf{v}'_t + (\mathbf{v}' \cdot \nabla')\mathbf{v}' + \frac{Lw_0}{Hu_0} w' \mathbf{v}'_{z'} + \frac{1}{u_0^2} \nabla'(p_0 p' + q_0 q') - \frac{1}{\text{Ro}} \left(f' \mathbf{v}'^{0'} - \frac{w_0}{u_0} \mathbf{f}'_r w' \right) = \frac{L}{u_0^2} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$w'_t + (\mathbf{v}' \cdot \nabla')w' + \frac{Lw_0}{Hu_0} w' w'_{z'} + \frac{q_0}{\varepsilon u_0 w_0} q'_{z'} - \frac{1}{\text{Ro}} \frac{u_0}{w_0} \mathbf{f}'_r \mathbf{v}' = \frac{L}{u_0 w_0} F_3, \quad (8)$$

$$u'_{x'} + v'_{y'} + \frac{Lw_0}{Hu_0} w'_{z'} = 0, \quad (9)$$

где $\text{Ro} = u_0/f_0 L$ — число Россби.

Запишем уравнение переноса вертикальной компоненты вихря $\omega = -u_y + v_x$:

$$\omega_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\omega + f(u_x + v_y) = 0.$$

В безразмерном виде с масштабом $\omega_0 = u_0/L$ имеем

$$\frac{u_0^2}{L^2} (\omega'_t + (\mathbf{v}' \cdot \nabla')\omega') - f_0 \frac{w_0}{H} f' w'_{z'} = 0,$$

откуда

$$\frac{Lw_0}{Hu_0} = \text{Ro}. \quad (10)$$

Определим масштабы гидростатической баротропной \bar{p}_0 и бароклининой \hat{p}_0 компонент давления в (6). Имеем $\nabla \bar{p}_0 = g\zeta_0 \nabla' \zeta'$; из уравнения среднего по вертикали движения со средней скоростью \bar{u} следует $g\zeta_0 = \bar{u}_0^2$. Примем $\bar{p}_0 = g\zeta_0 = \bar{u}_0^2$, а для масштаба бароклининой компоненты давления из (6) имеем $\hat{p}_0 = gH(\rho'/\rho_0)_0 \approx H^2 N_0^2 = \text{Ri} u_0^2$. Масштаб вертикальной скорости определяется из (10): $w_0 = \varepsilon u_0 \text{Ro}$. Из (8) следует $q_0 = \varepsilon u_0 w_0 = \varepsilon^2 u_0^2 \text{Ro}$. Запишем уравнения (7)–(9), опустив штрихи при безразмерных переменных:

$$\mathbf{v}_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \text{Ro} w v_z + \nabla \bar{p} + \text{Ri} \nabla \hat{p} + \varepsilon^2 \text{Ro}^{-1} \nabla q - \text{Ro}^{-1} f \mathbf{v}^0 + \varepsilon \mathbf{f}_r w = \frac{L}{u_0^2} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$w_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)w + \text{Ro} w w_z + q_z - \varepsilon^{-1} \mathbf{f}_r \mathbf{v} = \frac{L}{u_0 w_0} F_3, \quad (12)$$

$$u_x + v_y + \text{Ro} w_z = 0. \quad (13)$$

Определив $p_0 = \max \{u_0^2, N_0^2 H_0^2\}$, для отношения Нг- и Гс-компонент давления имеем

$$r = \frac{q_0}{p_0} = \frac{\varepsilon^2 u_0^2 \text{Ro}}{\max \{u_0^2, N_0^2 H_0^2\}} = \frac{\varepsilon^2 \text{Ro}}{\max \{1, \text{Ri}\}}. \quad (14)$$

Таким образом, Нг-ситуация определяется геометрическими характеристиками области H_0 , L_0 , масштабом скорости u_0 , числом Ричардсона и числом Россби, которое согласно (10) выражает соотношение геометрических и динамических характеристик.

Формула (14) представляет обобщение критерия (1) на горном рельефе, модифицируя его учетом числа Россби и выделяя баротропный случай $N = 0$.

Значения безразмерных коэффициентов в уравнениях (11)–(13) выражают роль Нг-фактора, определяемого динамикой региона и структурой его рельефа. Ограничивая рассмотрение ситуаций в проливах, целесообразно выделить подобласть горы или ее вершины [2], однако резко выраженный, изрезанный рельеф требует Нг-описания во всей области. Но если при определении гидрофизических масштабов можно опираться на результаты наблюдений или расчетов, то геометрические масштабы не определены. Как отмечалось, чтобы понятие характерной глубины H_0 сохраняло смысл, его следует заменить некоторой мерой склоновой глубины, как, например, h_* в (2). Под задаваемым масштабом H_0 на горном склоне будем понимать его завышенное значение $H_0 \geq h_*$, а под масштабом L_0 — заниженное значение склоновой длины L_* : $L_0 \leq L_* \cos \varphi$.

Безразмерные коэффициенты в (11)–(13) хорошо согласованы. Заметим, что величина ускорения Кориолиса в (12) представляется завышенной, если не учитывать, что члены скалярного произведения $\mathbf{f}_\Gamma \cdot \mathbf{v}$ имеют разные знаки и частично компенсируются.

Изменение всей совокупности значений $r = q_0/p_0$ согласно (14) можно систематизировать, определяя изолинии r по переменным задачи в области решения. Изменения $\{r\}$ удобно районировать в зависимости от характерных масштабов L_0 , H_0 , u_0 при фиксированных значениях $f_0 = 10^{-4}$ рад/с и $N_0^2 = 10^{-7}$ с $^{-2}$ (что приблизительно соответствует половине периода полусуточных волн). Определим пределы изменения масштабов: $L_0 = \alpha \cdot 10^3$ м, $H_0 = \beta \cdot 10^2$ м, $u_0 = \gamma \cdot 10^{-1}$ м/с, где $\alpha, \beta, \gamma \in [1, 10]$. Тогда в бароклинном случае имеем

$$r = \frac{\varepsilon^2 \text{Ro}}{\text{Ri}} = 10^{-1} (\gamma/\alpha)^3 \quad (15)$$

при ограничении $\gamma/\alpha \leq 2.15$, когда $q_0 \leq p_0$, а в баротропном случае

$$\hat{r} = \varepsilon^2 \text{Ro} = 10^{-2} (\beta/\alpha)^2 \gamma, \quad \hat{r} \leq 1. \quad (16)$$

На рис. 2, а представлены изолинии $\{r\}$, определяющие интервалы изменения r от $[1 - 0.1]$ до $[10^{-3} - 10^{-4}]$. На рис. 2, б приведены изолинии $\{\hat{r}\}$ при $\gamma_1 = 1$; изолинии $\{\hat{r}\}$ при других значениях γ_k , $k = 2, 3, \dots, 10$, даются сдвигом подобия на множитель γ_k при условии $\hat{r} \leq 1$.

Картирование отношения q_0/p_0 на рис. 2 имеет формальный характер и приложимо в меру репрезентативности определяющих параметров. При этом следует учитывать чрезвычайную изменчивость скорости u_0 на горном рельефе, зависящей от структуры и фазы прилива, стратификации, напряжения на свободной поверхности и пр. Хорошим примером в этом отношении является пролив Ломбок, рельеф дна которого представлен на рис. 3. В узком месте пролива над горой скорость достигает 3.5 м/с, ниже на стометровой глубине $v|_{100} = 0.5$ м/с и убывает, меняя знак [3]. Согласно [4] средняя скорость, по наблюдениям за 2004–2006 гг., $v|_{150} = -0.21 \pm 0.1$ м/с. В такой ситуации

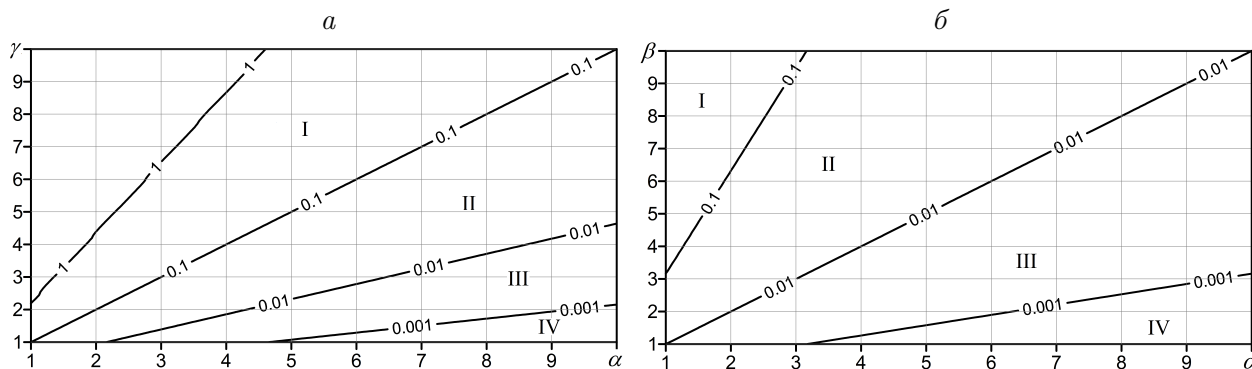


Рис. 2. Картирование отношения q_0/p_0 : бароклинный (а) и баротропный (б) случаи

задание u_0 подразумевает не его характерное значение, а динамику склонового слоя. Так, принимая в верхнем слое $H_0 = 100$ м, $L_0 = 2 \cdot 10^3$ м, $u_0 = 0.5$ м/с, имеем $\varepsilon = 0.05$, $w_0 \approx 6$ см/с, $Ri < 1$ и $\hat{r} = 0.1$, а для средних условий в нижнем слое $H_0 = 10^3$ м, $L_0 = 10^4$ м, $u_0 = 0.2$ м/с, получим $Ro = 0.2$, $w_0 \approx 0.4$ см/с, $Ri = 2.5$ и $\hat{r} \approx 10^{-3}$.

Такая картина присуща всей области пролива с локальными возвышениями $H = O(10^2)$ м и скоростями $u = O(10^{-1})$ м/с при выявлении Нг-фактора согласно рис. 2. Однако полная, достоверная и содержательная роль этого фактора может быть определена только при использовании гидродинамической модели объекта.

Модель негидростатической динамики пролива строится на основе постановки и решения краевой задачи для уравнений (3)–(5) с присоединенными уравнениями, определяющими плотность через ее конstituенты — температуру и соленость, уравнениями турбулентного замыкания для вычисления коэффициентов обмена ϑ , K и уравнениями среднего движения для определения уровня ζ . Численный метод использует переход к криволинейным гранично-согласованным координатам и геофизическую модификацию проекционного метода решения уравнений Навье — Стокса для определения динамической компоненты давления [5, 6].

В работе представлены результаты расчета приливной динамики и гидрологии пролива Ломбок, полученные с целью оценки влияния Нг-фактора на точность моделирования в областях с резко выраженным горным рельефом. Ниже приводятся необходимые сведения о проливе, представлено сравнение результатов моделирования в гидростатической и негидростатической постановках.

1. Пролив Ломбок: общие сведения

Пролив Ломбок является важнейшим элементом системы проливов Индонезийского архипелага. Тихоокеанские воды его западной ветви, проходя между островами Калимантан и Сулавеси, через Макаassarский пролив и Яванское море, выходят в Индийский океан через пролив Ломбок (рис. 3). Расход воды через пролив, составляющий несколько свердрупов ($1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ м}^3/\text{с}$), колеблется в зависимости от изменчивости глобальных характеристик динамики граничных океанов и локальных характеристик муссона.

Пролив протяженностью около 60 км и шириной около 30 км находится между островами Бали и Ломбок (рис. 3). Основной чертой строения пролива является подводная гора в наиболее узком его месте (рис. 4). Глубина над вершиной горы порядка 250 м;

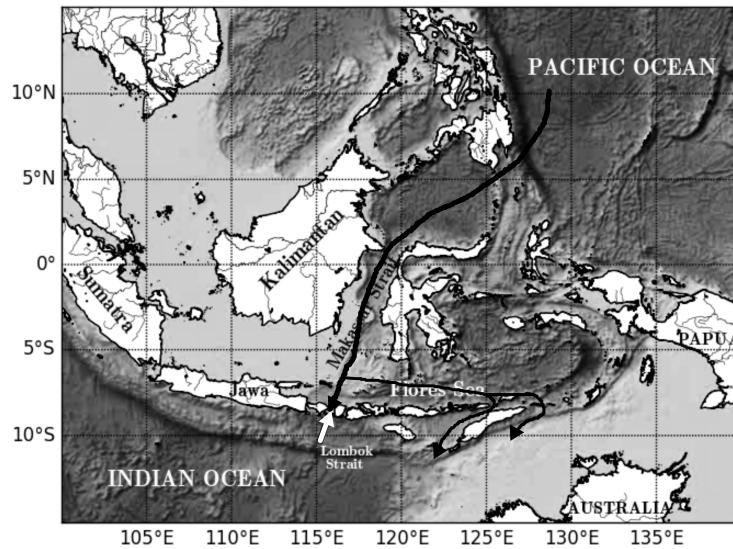


Рис. 3. Индонезийские моря и схема водообмена между Тихим и Индийским океанами

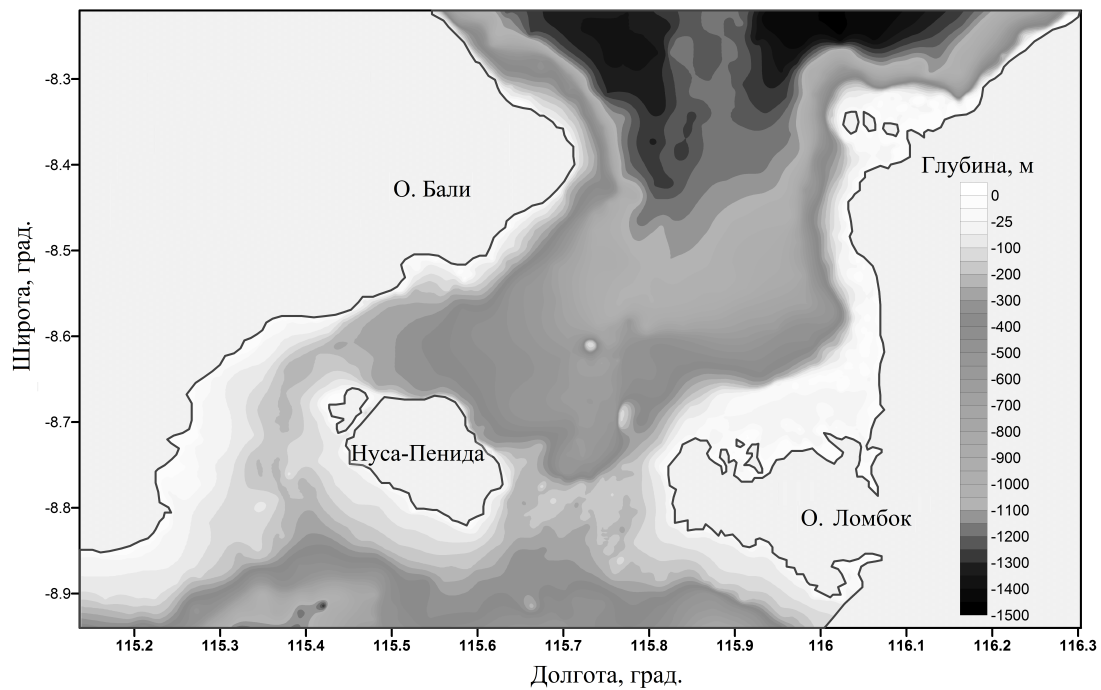


Рис. 4. Батиметрия пролива Ломбок

на протяжении около 30 км глубина растет, достигая к югу 2000 м и быстро вписываясь в океанский свал глубин; крутой десятиметровый северный склон тянется до границы с Яванским морем при увеличении глубины до 1000 м.

1.1. Длинноволновые процессы

Водобмен через проливы Индонезийского прохода характеризуется общим устойчивым переносом в Индийский океан, который определяется градиентом давления между океанами, формируемым пассатными ветрами тропической зоны океана [7]. Перенос через

пролив Ломбок в значительной мере объясняется ситуацией на его северной границе и вместе с тем непосредственным влиянием сильных приливов Индийского океана. Согласно [8] средний годовой перенос составляет -1 Sv при $Q_{\max} = -4$ Sv (отрицательный знак соответствует переносу на юг); в [9] средний двухгодичный перенос определяется величиной $Q = -2.6 \pm 0.8$ Sv; в [10] приводится близкое за период наблюдений 2004–2006 гг. среднее значение $Q = -2.6$ Sv.

В приливной динамике пролива Ломбок в его северной части выделяется суточная волна S_1 с амплитудой приливного течения до 0.5 м; над подводной горой доминирует полусуточная солнечная волна S_2 со скоростями приливного течения около 3.5 м/с. Нелинейное взаимодействие суточной и полусуточной волн генерирует сильный прилив с периодом около 14 сут. [11].

Термохалинные течения в проливе имеют двухслойную структуру, вызванную различием гидростатических характеристик граничных океанов. Поступающие через Индонезийский проход тихоокеанские воды имеют более высокую температуру и меньшую соленость по сравнению с водами Индийского океана на юге пролива. Поверхность раздела слоев, когда она выражена, залегает на глубине около 300 м, причем адвекция в нижнем слое на порядок уступает активному адвективному переносу в поверхностном слое [12]. Влияние бароклинности на приливные гармоники определяет их изменчивость, особенно в окрестностях подводной горы, где баротропно-бароклинное взаимодействие наиболее интенсивно [13].

1.2. База данных

Базу данных по проливу Ломбок составляют единичные, фрагментарные и нерегулярные наблюдения, за исключением двух заякоренных станций на северной границе пролива. Имеющиеся представления опираются на информацию, полученную по исследовательским программам: Международного акустического эксперимента, программы TOPEX-POSEIDON в ее части, относящейся к морям Индонезийского архипелага, — а также на спутниковые наблюдения над поверхностным проявлением внутренних волн. Еще одна международная программа INSTANT выполнялась в 2004–2006 гг. для измерения течений в проливе Ломбок с целью обоснования проекта установки турбин для выработки электроэнергии [14].

О значении пролива Ломбок стоит упомянуть и в интересном аспекте, выходящем за пределы собственно океанографии. Этот глубокий пролив с крутой подводной горой и стремительным течением над ее вершиной оказался непреодолимым препятствием для миграции некоторых видов живых организмов (это так называемая линия Уоллеса), благодаря чему экзотический живой мир Австралии оказался изолированным от фауны Юго-Восточной Азии [15].

1.3. Обзор

Работы по моделированию морей Индонезийского архипелага выполнялись для воспроизведения основных черт внутренней и баротропной динамики региона при существенных ограничениях. К этому весьма немногочисленному ряду работ относятся 2D-модель [16], осредненная $1\frac{1}{2}$ -слойная модель [17], 3D гидростатическая версия ROMS (Regional Ocean Model System) [13], а также 3D гидростатическая модель прибрежной зоны океана в приложении к индонезийским морям [18]. Этот ряд численных мо-

делей можно дополнить, включив в него работы по использованию результатов глобального моделирования для оценки переноса через индонезийские проходы [19–21]. Наряду с неопределенностью результатов моделирования обращает внимание и отсутствие сколько-нибудь полных результатов, относящихся собственно к проливу Ломбок, что не соответствует его важной роли в крупномасштабной динамике Мирового океана [3].

1.4. Базовая информация модели

Параметры. Краевая задача для уравнений (3)–(5) решалась при значениях физических параметров: $f_T = 1.46 \cdot 10^{-4}$ рад/с, $\rho_0 = 1.024$ т/м³, $K = 50$ м²/с, шаг по времени 35 с, пространственный шаг $\Delta \subset (315\text{--}1340$ м). Турбулентное замыкание использует уравнение баланса турбулентной энергии и гипотезу Прандтля—Колмогорова [2].

Начальные условия. Трехмерная структура полей температуры и солёности задавалась согласно [3].

Морфометрия. Базу морфометрической информации составили данные TCARTA (<https://www.tcarta.com/>) с 90-метровым разрешением по горизонтали.

Данные о приливных колебаниях уровня в районе пролива Ломбок получены из базы данных океанских приливов TPXO6.2 [22].

Задание уровня на границах пролива использует интерполяцию результатов глобального моделирования уровенной поверхности на неструктурированной сетке с разрешением в экваториальной области [20].

Криволинейная сетка Ω_Δ в области пролива Ω строилась эллиптическим методом [23] с ортогонализацией на границе $\partial\Omega$. Для оценки сходимости численных решений выполнялся расчет 50 периодов волны M_2 до установления периодического режима

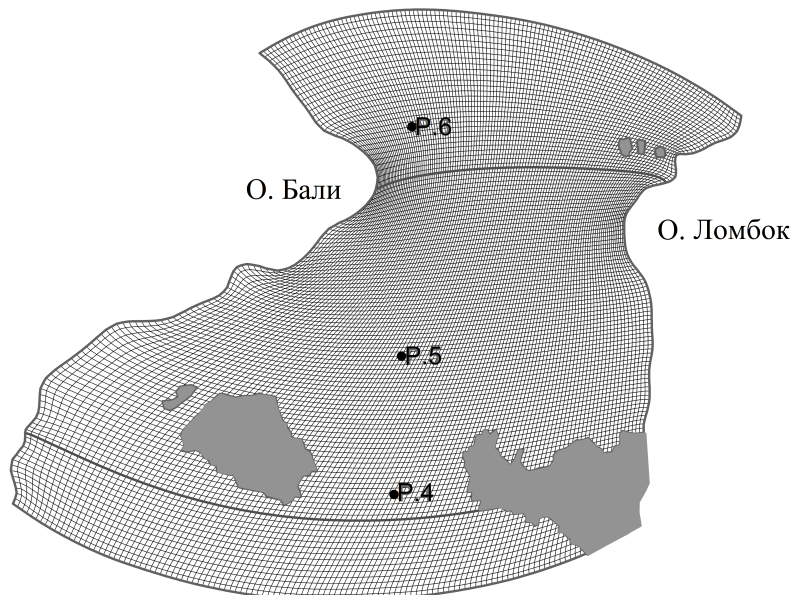


Рис. 5. Расчетная сетка $121 \times 121 \times 71$. Темно-серая линия ограничивает область расчета негидростатики. Максимальное пространственное разрешение 1340 м; минимальное пространственное разрешение 315 м. Черные точки с номерами (P4, P5, P6) — позиции станций для спектрального анализа

на последовательности сгущающихся сеток; оптимальной представляется сетка с горизонтальным разрешением 121×121 (рис. 5). Расчеты в области Ω_Δ выполнены на сетке $121 \times 121 \times 71$.

2. Результаты моделирования динамики пролива Ломбок

2.1. Перенос через пролив Ломбок

Изменчивость водообмена через пролив Ломбок делает малосодержательным расчет переноса при фиксированных граничных условиях. В такой ситуации более предпочтительно рассмотрение характеристик переноса в зависимости от вариаций граничных условий в пределах реальных отклонений от средних многолетних значений уровня поверхности воды на границе, предоставляемых глобальной моделью. На рис. 6, *a* показан перенос через пролив при значениях уровня на северной границе: $Z_0 = 2.5/0.5$ см, $Z_1 = 5/1$ см, $Z_2 = 10/2$ см, где перед чертой — уровень на восточной стороне границы, а после — на его западной стороне. Максимальное различие в приливном цикле волны M_2 между вариантами Z_0 и Z_1 приходится на интервал $3T/4$ и составляет около 1 Sv, тогда как различие между Z_0 и Z_2 в этом интервале весьма значительно и достигает ~ 4.8 Sv. Результат очевиден и интересен только количественно. Более информативен результат, представленный на рис. 6, *б*, где основной вариант Z_0 сравнивается с двумя другими ситуациями: в отсутствие прилива, когда задается только граничное превышение, и только во время прилива, когда нет граничного превышения уровня. В первом случае перенос $Q = -1.92$ Sv, во втором — средний перенос $Q \approx +0.5$ Sv. Оказывается, что сильные приливы Индийского океана препятствуют тихоокеанскому переносу.

2.2. Оценка влияния Нг-фактора на динамику пролива

В приливной динамике, вполне удовлетворительно моделируемой в гидростатическом приближении, проявления существенных Нг-эффектов можно ожидать лишь в регионе подводной горы на экстремумах цикла приливных волн [2]. В динамике пролива

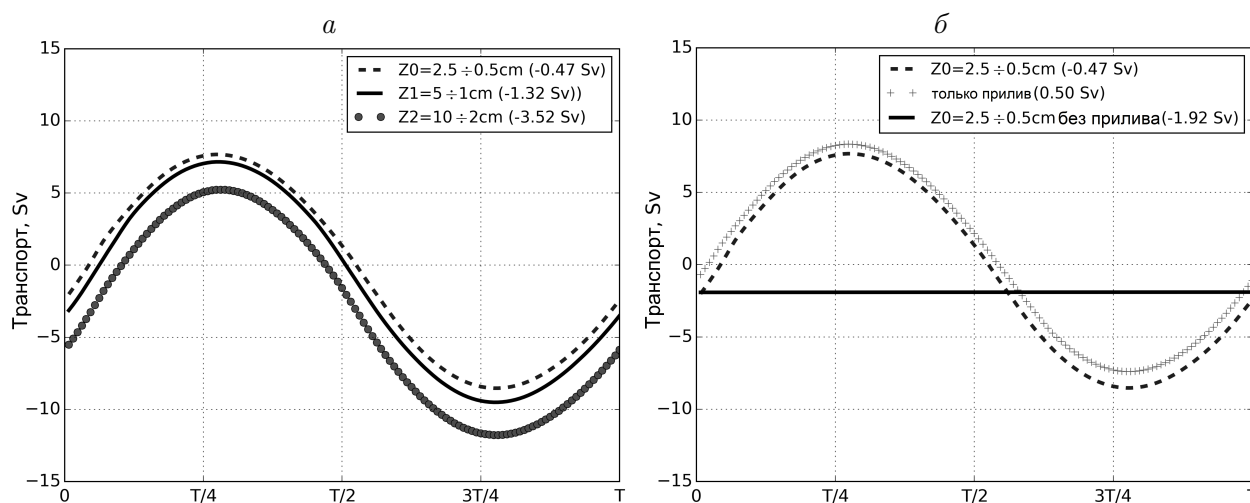


Рис. 6. Транспорт через пролив (гидростатика) при различном перекосе уровня на северной открытой границе (*a*); влияние на транспорт приливной составляющей и перекоса (*б*). В скобках указан средний транспорт волны M_2 за приливный период

Ломбок с его изрезанным горным рельефом роль Нг-фактора должна заметно выразиться во всей области пролива и особенно в его северной части. Для проверки такого предположения и его оценки моделирование динамики пролива Ломбок выполнялось в постановках двух задач — Нг и Гс, и разность решений этих задач определялась в северной и южной областях пролива. На рис. 7 представлена такая разность $\delta\mu$ -решений для вектора $\mu = (\mathbf{v}, \zeta, \rho')$ в максимальной норме C

$$\|\delta\mu\|_C = \max_N(\mu_{\text{Нг}} - \mu_{\text{Гс}})$$

по всем узлам сеточной области N в ходе цикла волны M_2 . Разность решений двух задач для динамических характеристик ведет себя одинаково, достигая максимальных значений в северной подобласти пролива, где $\|\delta\zeta\|_C \approx 3$ см, $\|\delta u\|_C \approx 25$ см/с, $\|\delta v\|_C \approx 15$ см/с в интервале $\sim T/2$ при смене течений, когда динамическая компонента давления возрастает. Разность решений в отношении бароклинной компоненты проявляется иначе, она кратно увеличивается в начале и в конце приливного цикла до значений $\|\delta\rho'\|_C \approx 0.5$ кг/м³ в южной части пролива, испытывая влияние более плотных вод Индийского океана.

Оценка характеристик решения в среднеквадратичной норме L_2

$$\|\delta\mu\|_{L_2} = \left[\frac{1}{N} \sum_N (\delta\mu)^2 \right]^{1/2}$$

обнаруживает сходный характер различий при их максимальных отклонениях в интервале $\sim T/2$, причем для динамических характеристик различие в северной и южной областях имеет порядок значений самих этих характеристик — $O(10^{-5})$ кг/м³, т. е. в норме L_2 роль Нг-фактора пренебрежимо мала.

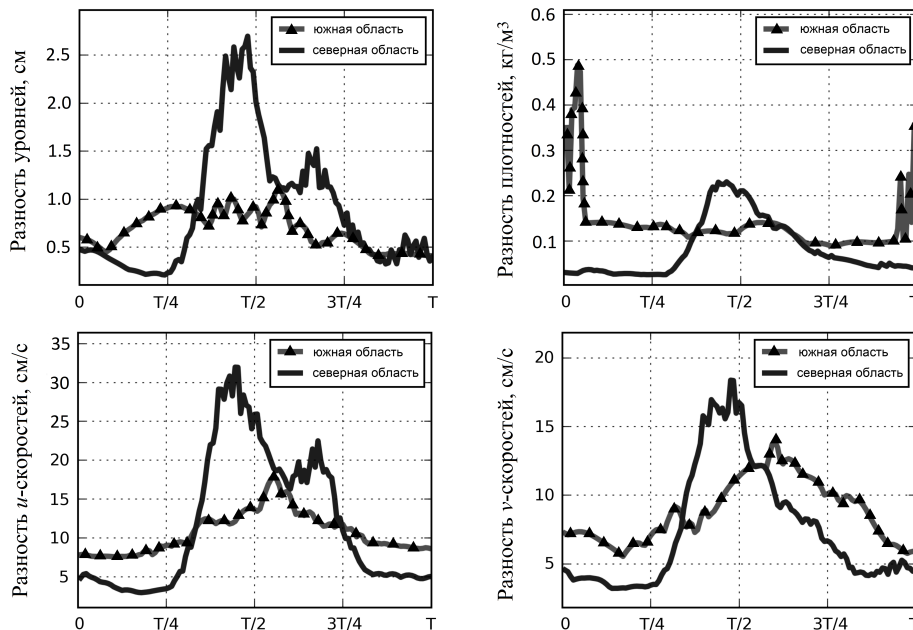


Рис. 7. Разность решений (Нг и Гс) для четырех гидродинамических характеристик в максимальной норме. Пролив разделен на две приблизительно одинаковые части поперечным сечением. Линия с треугольниками характеризует отличие в области, граничащей с Индийским океаном, сплошная — в области, граничащей с Тихим океаном

2.3. Оценка влияния Нг-фактора на поле вертикальной скорости

Роль Нг-фактора в длинноволновых движениях непосредственно определяется полем вертикальных скоростей, связанным с динамической компонентой давления. Поэтому особый интерес представляет сравнение значений вертикальной скорости при решении полной Нг-задачи и задачи в Гс-приближении для примитивных уравнений. В области пролива выполнено такое сравнение хода вертикальной скорости в цикле волны M_2 в трех пунктах (Р4, Р5, Р6), указанных на рис. 5. На рис. 8 представлены результаты решения этих двух задач с указанием глубин и горизонта каждого пункта. Слева показан ход вертикальной скорости $w|_{\text{Нг}}$ и $w|_{\text{Гс}}$, а справа даны ее спектры $\mu w|_{\text{Нг}}$ и $\mu w|_{\text{Гс}}$.

Различие спектров в пункте Р4 (рис. 8, а) прямо выражается в значениях нулевой гармоники, которая в $\mu w|_{\text{Нг}}$ на порядок превышает нулевую гармонику Гс-спектра. В таком же соотношении находятся и остальные гармоники двух спектров: в $\mu w|_{\text{Гс}}$ доминируют две — главная, на частоте M_2 , и близкая к ней на M_4 , а $\mu w|_{\text{Нг}}$ выявляет только одну гармонику на M_2 , однако ее амплитуда вдвое выше, а амплитуда гармоники на M_6 втрое превосходит эту третью гармонику в Гс-спектре. Характер расхождений вытекает из различий в ходе вертикальной скорости: резкие изменения $\mu w|_{\text{Нг}}$ увеличивают амплитуды первых гармоник и порождают ряд не выявленных на рисунке высоких гармоник $O(10^{-3})$ см/с.

В пункте Р5 (рис. 8, б) нулевая гармоника Нг-спектра в четыре раза превосходит таковую в $\mu w|_{\text{Гс}}$; при этом анализ вертикальной скорости в Гс-приближении дает насыщенный спектр во всем диапазоне частот с приблизительно равными амплитудами $O(10^{-2})$ м/с, что отвечает извилистому ходу $\mu w|_{\text{Гс}}$ в цикле M_2 ; Нг-спектр в этом пункте выделяет только одну гармонику на M_2 , но на порядок бóльшую. Такому разложению соответствует ход вертикальной скорости в этом месте: изменчивый в Гс-постановке, постоянный и плавный в Нг-постановке, около 0.4 см/с.

Ситуация на севере области пролива, в пункте Р6 (рис. 8, в), отличается от двух других. Здесь вертикальные скорости $w|_{\text{Нг}}$ и $w|_{\text{Гс}}$ близки и, естественно, весьма близкими оказываются их насыщенные спектры с амплитудами одного порядка.

Заключение

Представлена модель негидростатической экстремальной динамики пролива Ломбок — важнейшего звена западной ветви Индонезийского прохода между Тихим и Индийским океанами — на основе краевой задачи для уравнений геофизической гидродинамики. Модель состоит из двух блоков: задачи в гидростатическом приближении для примитивных уравнений и задачи нахождения динамической компоненты давления для уравнений Навье — Стокса. Краевая задача преобразуется к криволинейным гранично-согласованным координатам и реализуется разностным методом в канонической области, на которую отображается физическая область пролива. Внутренняя сходимость сеточных решений подтверждается гистограммами разности решений на последовательности сеток.

Целью работы является воспроизведение основных черт динамики пролива Ломбок и анализ факторов, определяющих водообмен между граничными океанами. Механизм водообмена изучался с помощью моделирования взаимодействия прилива с градиентом давления между океанами, задаваемым граничным условием на северной границе прилива. В силу ограниченной базы данных и высокой изменчивости динамических

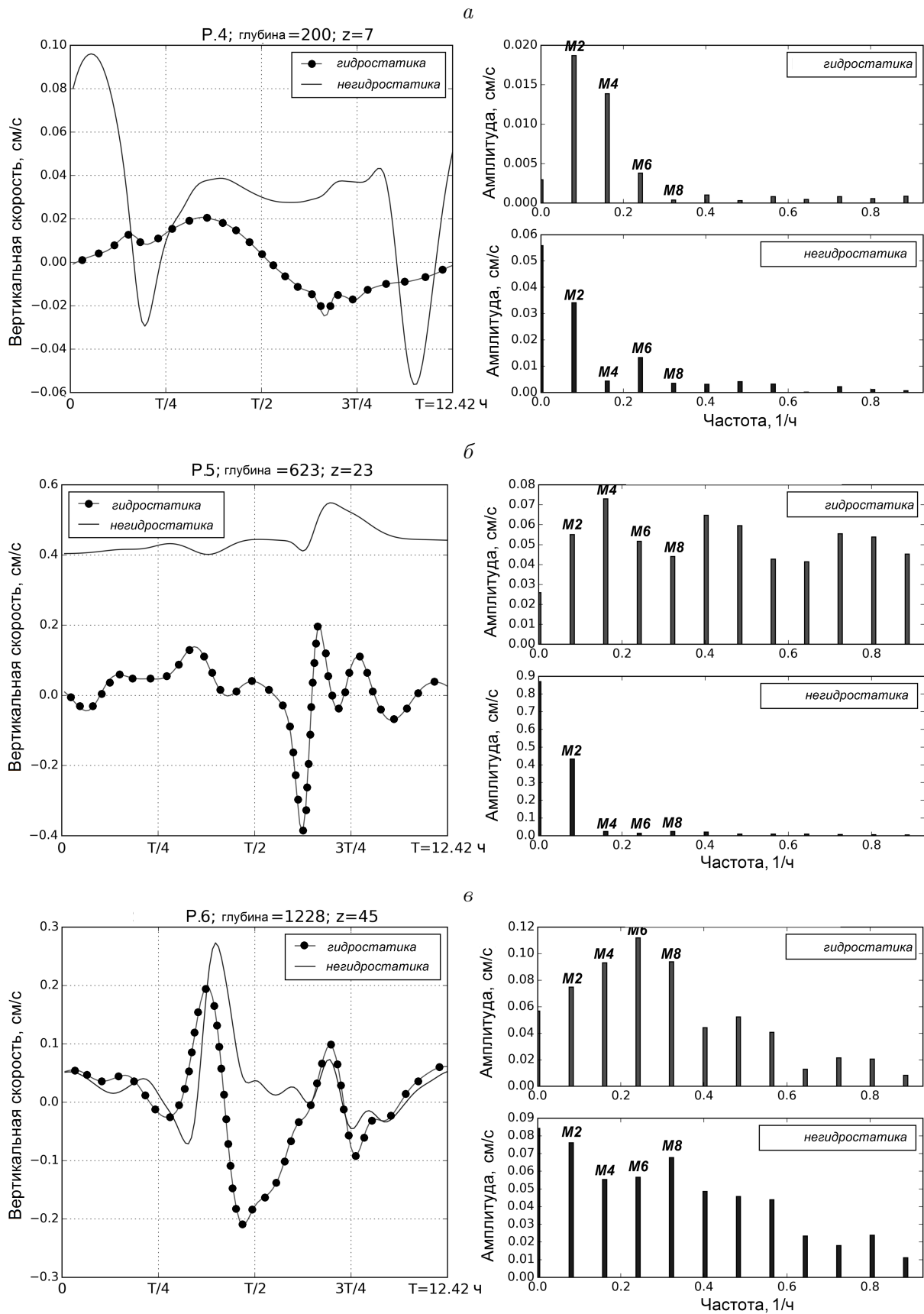


Рис. 8. Сравнение хода вертикальной скорости в двух постановках на станциях P4–P6 (см. рис. 5) и спектральный анализ хода вертикальной скорости за приливный период. Указаны общая глубина и горизонт, на котором выполнен спектральный анализ

характеристик пролива, обусловленной флуктуациями течений граничных океанов и неустойчивым влиянием сезонных муссонов, расчеты выполнялись при вариации граничных условий в диапазоне их средних многолетних изменений, определяемых из детализированной глобальной модели колебаний уровня при вариации граничных условий в диапазоне их естественной изменчивости.

Из совокупности полученных результатов наибольший интерес представляет количественная оценка роли каждого из двух факторов водообмена через Ломбок: прилива и градиента давления между океанами в тех обычных условиях, когда осуществляется сложный перенос.

При прохождении через моря Индонезийского прохода энергия тихоокеанских приливов ослабевает, и в отсутствие перепада давления между океанами в силу непосредственного влияния приливов Индийского океана доминирует северный перенос. Модельные расчеты показывают, что при учете только волны M_2 северный перенос составляет $+0.4 \text{ Sv}$; под действием суммарного прилива северный перенос возрастает и, чтобы его обратить и получить реалистичский южный перенос $Q \approx -2 \text{ Sv}$, требуется градиент давления в виде граничного условия, задающего превышение уровня $\sim 5 \text{ см}$ с его поперечным перекосом $\sim 2 \text{ см}$.

Другой важный результат связан с выяснением роли негидростатики в динамике пролива Ломбок. Обычно принимается, что в длинноволновых движениях влиянием динамической компоненты давления можно пренебречь. В случае пролива Ломбок это не так. На сложном крутом склоне пролива вертикальные скорости возрастают и не только в разы и даже на порядок превышают поле вертикальных скоростей в гидростатическом приближении, но и существенно корректируют его искаженные локальные спектры.

Моделирование негидростатической динамики требует больших вычислительных затрат. При моделировании динамики пролива Ломбок расчеты выполнены в относительно небольшой области, содержащей около миллиона узлов; при этом расчет одного варианта водообмена занимает несколько дней работы однопроцессорного компьютера. Развитие работы, представляющей несомненный интерес в ряде отношений, связано с построением модели всего Индонезийского архипелага, использующей многопроцессорные параллельные вычисления.

Благодарность. Результаты исследований, представленные в статье, получены в рамках государственного задания ФАНО России (тема № 0149-2019-0015).

Список литературы / References

- [1] Marshall, J., Hill, C., Perelman, L., Adcroft, A. Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling // *J. of Geophys. Res.* 1997. Vol. 102(C3). P. 5733–5752.
- [2] Вольцингер Н.Е., Андросов А.А. Негидростатическая динамика проливов Мирового океана // *Фундамент. и прикл. гидрофизика.* 2016. Т. 9(1). С. 26–40.
Voltzinger, N.E., Androsoy, A.A. Nonhydrostatic dynamics of straits of the World ocean // *Fundamentalnaya i Prilkladnaya Gidrofizika.* 2016. Vol. 9(1). P. 26–40. (In Russ.)
- [3] Murray, S.P., Arief, D., Kindle, J.C. et al. Characteristics of circulation in an Indonesian archipelago strait from hydrography, current measurements and modeling results // *The Physical Oceanography of Sea Straits* / Ed. L.I. Pratt. Kluwer Acad. Publ., 1990. P. 3–23. https://doi.org/10.1007/978-94-009-0677-8_1

- [4] **Feng, X., Liu, H., Wang, F. et al.** Indonesian Throughflow in an eddy-resolving ocean model // *Chinese Sci. Bull.* 2013. Vol. 58(35). P. 4504–4514.
- [5] **Mahadevan, A., Olinger, J., Street, R.** A nonhydrostatic mesoscale ocean model. Pt I: Well-posedness and scaling // *J. of Phys. Oceanogr.* 1996. Vol. 26. P. 1868–1880.
- [6] **Вольцингер Н.Е., Андросов А.А., Клеванный К.А., Сафрай А.С.** Океанологические модели негидростатической динамики. Обзор // *Фундамент. и прикл. гидрофизика.* 2018. Т. 11(1). С. 3–20.
Voltzinger, N., Androsov, A., Klevannyu, K., Safrai, A. Oceanological models of non hydrostatic dynamics. A review // *Fundamentalnaya i Prilkladnaya Gidrofizika.* 2018. Vol. 11(1). P. 3–20. (In Russ.)
- [7] **Wyrtki, K.** Indonesian through flow and the associated pressure gradient // *J. of Geophys. Res.* 1987. Vol. 92(C12). P. 12941–12946.
- [8] **Murray, S., Arief, D.** Throughflow into the Indian Ocean through the Lombok Strait, January 1985 — January 1986 // *Nature.* 1988. Vol. 333(6172). P. 444–447.
- [9] **Hautala, S.L., Sprintall, J., Potemra, J. et al.** Velocity structure and transport of the Indonesian Throughflow in the major straits restricting flow into the Indian Ocean // *J. of Geophys. Res.* 2001. Vol. 106(C9). P. 19527–19546.
- [10] **Sprintall, J., Wijffels, S.E., Molcard, R., Jaya, I.** Direct estimates of the Indonesian Throughflow entering the Indian Ocean: 2004–2006 // *J. of Geophys. Res.* 2009. Vol. 114. P. C07001. DOI: 10.1029/2008JC005257.
- [11] **Ffield, A., Gordon, A.L.** Tidal mixing signatures in the Indonesian Seas // *J. of Phys. Oceanogr.* 1996. Vol. 26. P. 1924–1937.
- [12] **Visser, W.P.** On the generation of internal waves in Lombok Strait through Kelvin-Helmholtz instability. M. Sc. Thesis Applied Mathematics. Univ. of Twente, 2004. 68 p.
- [13] **Robertson, R., Ffield, A.** Baroclinic tides in the Indonesian Seas: Tidal fields and comparisons to observations // *J. of Geophys. Res.* 2008. Vol. 113. P. C07031. DOI: 10.1029/2007JC004677.
- [14] **Ihsan Yudi N., Armyanda Tussadiah, Niomi Pridina et al.** Renewable energy from ocean currents on the outflow ITF pathway // *Energy Procedia.* 2015. Vol. 65. P. 131–139.
- [15] **Amos, W.H.** *Wildlife of the islands* / Ed. Harry N. Abrams. New York, USA, 1980. 232 p.
- [16] **Miyama, T., Awaji, T., Akimoto, K., Imasato, N.** Study of seasonal transport variations in Indonesian Seas // *J. of Geophys. Res.* 1995. Vol. 100(C10). P. 20517–20541.
- [17] **Qiu, B., Mao, M., Kashino, Y.** Intraseasonal variability in the Indo-Pacific Throughflow and the regions surrounding the Indonesian Seas // *J. of Phys. Oceanogr.* 1999. Vol. 29. P. 1599–1618.
- [18] **Ding, Y., Bao, X.W., Yu, H.M., Kuang, L.** A numerical study of the barotropic tides and tidal energy distribution in the Indonesian Seas with the assimilated finite volume coastal ocean model // *Ocean Dynamics.* 2012. Vol. 62. P. 515–532.
- [19] **Semtner, A.J., Chervin, R.M.** Ocean general circulation from a global eddy-resolving model // *J. of Geophys. Res.* 1992. Vol. 97(C4). P. 5493–5550.
- [20] **Wang, Q., Danilov, S., Sidorenko, D. et al.** The Finite Element Sea Ice-Ocean Model (FESOM) v.1.4: Formulation of an ocean general circulation model // *Geosci. Model. Dev.* 2014. Vol. 7. P. 663–693.
- [21] **Godfrey, J.S.** The effect of the Indonesian throughflow on ocean circulation and heat exchange with the atmosphere: A review // *J. of Geophys. Res.* 1996. Vol. 101(C5). P. 12217–12237.

- [22] Egbert, G.D., Bennett, A.F., Foreman, M.G. TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model // J. of Geophys. Res. 1994. Vol. 99(C12). P. 24821–24852.
- [23] Thompson, J.F. Numerical grid generation // Appl. Math. and Comput. 1982. Vol. 10-11. P. 910.

Поступила в редакцию 19 ноября 2018 г.

Extreme nonhydrostatic tidal dynamics

VOLTZINGER, NAUM E.¹, ANDROSOV, ALEXEY A.^{1,2,*}

¹Shirshov Institute of Oceanology RAS, Moscow, 117997, Russia

²Alfred Wegener Institute Helmholtz Center for Polar and Marine Research, Bremerhaven, 27570, Germany

*Corresponding author: Androsov, Alexey A., e-mail: alexey.androsov@awi.de

Modelling of long-wave oceanological processes is traditionally performed in a hydrostatic (Hs) approximation, which ensures high accuracy of the calculation of hydrophysical fields, when the vertical acceleration of vertical motion can be neglected. In mountainous terrain, this is not the case, and consideration of the dynamic pressure component becomes necessary.

Non-hydrostatic (Nh) modelling of large-scale oceanological phenomena is implemented by solving hydrodynamic boundary value problem in an arbitrary 3D domain. The structure of the method consists of the stages of solving the Hs problem, the boundary value problem for the Poisson equation (Nh), and the correction of the fields of hydrophysical characteristics. That is the pressure is presented as a sum of its hydrostatic and dynamical components.

Significance of Nh is revealed when considering the dimensionless type of equations, when dimensionless parameters characterize the mountain relief of the region. The Lombok Strait having a complex morphometric structure is an important link in the water exchange between the Pacific and Indian Oceans, it has been chosen as the object for modelling. Estimates of the role of Nh in water exchange between the oceans are given using the comparison of the solution for problems in Hs and Nh sets. It indicates the need to take into account Nh in conditions of pronounced sea mountain relief.

Keywords: hydrostatics/nonhydrostatic, sea mountain relief, zoning of nonhydrostatic subareas, 3D boundary problem, Lombok Strait.

Cite: Voltzinger, N.E., Androsov, A.A. Extreme nonhydrostatic tidal dynamics // Computational Technologies. 2019. Vol. 24, No. 2. P. 37–51. (In Russ.)
DOI: 10.25743/ICT.2019.24.2.004.

Acknowledgements. This research was partly supported by FASO Russia (No. 0149-2019-0015).

Received November 19, 2018