МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

DOI:10.25743/ICT.2023.28.4.002

Расчетно-экспериментальное моделирование напряженно-деформированных состояний высоконагруженных элементов энергоагрегатов

Н.А. МАХУТОВ*, М.М. ГАДЕНИН

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 101990, Москва, Россия *Контактный автор: Махутов Николай Андреевич, e-mail: kei51@mail.ru Поступила 24 мая 2023 г., доработана 26 июня 2023 г., принята в печать 30 июня 2023 г.

На примере расчетно-экспериментального моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) методами экспериментальной механики и конечных элементов и полученных результатов для высоконагруженных элементов жидкостного ракетного двигателя, изготавливаемых из современных легированных сталей и жаропрочных сплавов, показано, что параметры реального напряженно-деформированного состояния определяются тремя основными факторами: условиями механического, теплового, аэродинамического, вибрационного эксплуатационного нагружения; конструктивными формами, размерами сечений и наличием концентрации напряжений в наиболее опасных точках и зонах несущих деталей; механическими свойствами используемых конструкционных материалов. Расчетные выражения для определения НДС рассмотренными методами являются исходными для описания процессов накопления повреждений и их количественной оценки при статических, циклических и вибрационных воздействиях. Показано, что реакцией несущих высоконагруженных элементов энергоагрегатов на суммарные эксплуатационные нагрузки, воздействия физических полей и коррозионных сред является возникновение не только полей напряжений и деформаций, но и полей повреждений в зонах высокой концентрации напряжений.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, расчетно-экспериментальное моделирование, напряжения, деформации, повреждения, предельные состояния, разрушение.

Цитирование: Махутов Н.А., Гаденин М.М. Расчетно-экспериментальное моделирование напряженно-деформированных состояний высоконагруженных элементов энергоагрегатов. Вычислительные технологии. 2023; 28(4):5–21. DOI:10.25743/ICT.2023.28.4.002.

1. Условия и критерии прочности, жесткости и устойчивости

На протяжении многолетней истории создания энергоустановок высоких параметров все возрастающей сложности базовыми фундаментальными проблемами были и остаются проблемы комплексных исследований, обоснования и обеспечения прочности, ресурса, надежности, живучести и безопасности их несущих элементов. Если на первых этапах создания таких установок в качестве основной решалась задача прочности не допустить их разрушения, то в настоящее время круг решаемых задач значительно расширился — рассматриваемые объекты должны не терять устойчивость, не входить в опасные резонансные состояния, не подвергаться недопустимым пластическим деформациям, не доводить стадии развития дефектов и трещин до критических, не создавать угрозы возникновения крупных техногенных катастроф и неприемлемых рисков как для самих объектов, так и для людей и окружающей среды [1–3].

Научная и прикладная сторона условия прочности как доминанты в оценке работоспособности отвечает выражению

$$P^{\mathfrak{d}} < P_{\kappa},\tag{1}$$

где $P^{\mathfrak{s}}$ — обобщенное внешнее эксплуатационное воздействие (нагрузка) с учетом различного сочетания механических, температурных, аэрогидродинамических, электромагнитных факторов; P_{κ} — критическое, предельное, разрушающее воздействие (нагрузка).

Для анализируемого несущего элемента со своими характеристиками опасных сечений и механических свойств материала от абсолютных значений нагрузок в выражении (1) можно перейти к анализу напряженного состояния и прочности по величинам

$$\sigma^{\mathfrak{d}} = \frac{P^{\mathfrak{d}}}{F}, \qquad \sigma^{\mathfrak{d}} \le [\sigma] \le \sigma_{\kappa}, \qquad [\sigma] = \frac{\sigma_{\kappa}}{n_{\sigma}}, \tag{2}$$

где F — характеристики поперечного сечения (площадь, осевой или полярный моменты сопротивления); σ_{κ} — базовая критическая характеристика прочности материала; n_{σ} — запас прочности; $[\sigma]$ — допускаемое напряжение.

В силу выполнения линейной связи между напряжениями и деформациями в упругой области в (2) первое выражение определяет напряженно-деформированное состояние (НДС), а второе говорит о том, что текущее НДС при заданной эксплуатационной нагрузке не должно выходить в запредельное состояние, устанавливаемое по критическому напряжению.

Важное значение имеет установление того факта, что критические (разрушающие) напряжения для конструкционных материалов в условиях растягивающих, сжимающих и крутящих нагрузок могут существенно различаться:

$$\sigma_{\kappa} \neq \text{const.}$$
 (3)

2. Расчетные методы анализа НДС

В расчетном анализе НДС высоконагруженных элементов энергоустановок на различных стадиях их создания широкое применение нашли комбинированные (аналитические, численные и экспериментальные) методы. Они первыми формировались и развивались [3–7] на решениях классических задач сопротивления материалов, теории пластин и оболочек, когда рассматриваемые типовые элементы моделируются:

- стержнями (растягиваемыми, изгибаемыми, сжимаемыми, закручиваемыми);
- тонко- и толстостенными оболочками (цилиндрическими, сферическими, коническими, торовыми, сопряженными), испытывающими наружное и внутреннее давление, сосредоточенные, а также тепловые нагрузки;
- тонко- и толстостенными пластинами (опертыми, защемленными, сопряженными), испытывающими на поверхности распределенные давления и сосредоточенные усилия, а также тепловые нагрузки.

Для стержней на базе ряда основополагающих гипотез (плоских сечений, неразрывности и совместности деформаций и др.), в первую очередь, в пределах упругости определяются эквивалентные напряженные состояния

$$\{\sigma_{\mathfrak{SKB}}^{\mathfrak{s}}\} = F\{P^{\mathfrak{s}}, (F, J, W), E, G\},$$

$$(4)$$

где $P^{\mathfrak{d}}$ — обобщенная эксплуатационная нагрузка (осевое усилие, изгибающий или крутящий момент); F, J, W — характеристика анализируемого сечения (площадь, момент инерции, момент сопротивления); E, G — модули продольной упругости и модули сдвига.

Для пластин и оболочек по аналогии с (4) можно записать

$$\{\sigma_{_{\mathfrak{SKB}}}^{\mathfrak{s}}\} = F\left\{p^{\mathfrak{s}}, P^{\mathfrak{s}}, (\delta, D, B \times L, \delta/D, t), E, G\right\},\tag{5}$$

где p° — давление; δ — толщина оболочки или пластины; D — диаметр оболочки или пластины; $B \times L$ — размеры прямоугольной пластины в плане; δ/D — относительная толщина оболочки или пластины; t — температура и распределение температур.

При возникновении пластических деформаций линейная связь между напряжениями и деформациями нарушается и напряжения $\sigma^{\mathfrak{d}}$ начинают с ростом $P^{\mathfrak{d}}$ и $p^{\mathfrak{d}}$ увеличиваться в меньшей степени, чем деформации. У идеально упругопластических материалов, не обладающих упрочнением в пластической области (показатель упрочнения $m_0 = 0$), напряжения $\sigma^{\mathfrak{d}} = \sigma_{\mathfrak{T}}$ и сохраняются неизменными при росте $P^{\mathfrak{d}}$, $p^{\mathfrak{d}}$ и, соответственно, деформаций $e^{\mathfrak{d}}$.

Аналитические решения об изменении НДС в неупругой области (4), (5) могут быть получены на базе исходного решения упругой задачи до точки $\sigma^{\mathfrak{s}} = \sigma_{\mathfrak{r}}$, а далее задачи обычно решаются:

- методами последовательных упругих решений при снижении условных модулей упругости E' ≤ E, G' ≤ G и обеспечении условий интегрального равновесия;
- методами переменных параметров упругости E', G', по существу близких к методам последовательных упругих решений.

Тогда НДС для случаев (4) и (5) будет определяться выражением

$$\{\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}\} = F\{(\sigma^{\mathfrak{s}})'\} = \{p^{\mathfrak{s}}, P^{\mathfrak{s}}, (F, J, W), E', G', \sigma_{\mathfrak{r}}\}.$$
(6)

Величины переменных параметров упругости E', G' зависят для данного материала от величин $(e^{\mathfrak{s}})'$, снижаясь с увеличением $(e^{\mathfrak{s}})'$:

$$\{E', G'\} = F\{(e^{\mathfrak{d}})'\}.$$
(7)

Для области упругопластических деформаций металлических конструкционных материалов справедлива степенная связь

$$\sigma_{\mathfrak{s}} = \sigma_{\mathfrak{r}} \left(e^{\mathfrak{s}} / e_{\mathfrak{r}} \right)^{m_0}, \tag{8}$$

где $\sigma_{\rm T}$ – предел текучести; $e_{\rm T}$ – деформация на пределе текучести ($e_{\rm T} = \sigma_{\rm T}/E$); m_0 – показатель упрочнения ($0 \le m_0 \le 0.35$).

Если в процессе нагружения в упругой или упругопластической области дополнительно к упругим или упругопластическим деформациям (e°)' добавляются деформации статической и циклической ползучести e_{π}° , то аналитические решения задач о НДС получаются на основе выражений (6)–(8) для суммарных деформаций

$$e^{\mathfrak{d}} = (e^{\mathfrak{d}})' + e^{\mathfrak{d}}_{\mathfrak{n}}.$$
 (9)

В этом случае модули $\{E', G'\}$ и показатель упрочнения m_{τ} оказываются меньше, чем по (8) с увеличением времени выдержки τ .

Вместе с тем аналитические решения краевых задач для большого числа сочетаний режимов эксплуатационного нагружения, конструкционных форм и материалов рассматриваемых конструктивных элементов остаются пока не реализуемыми. Для преодоления методических сложностей аналитического анализа НДС широкое применение получили численные решения задач упругости, пластичности, термопластичности и ползучести, в числе которых метод конечных разностей, вариационно-разностный метод, метод граничных элементов, метод конечных элементов (МКЭ), коллакационный метод, спектральный метод. Наибольшее применение нашел метод МКЭ, как наиболее универсальный и развитый для большинства задач анализа НДС. Одной из наиболее важных и сложных проблем уточненного анализа НДС методом МКЭ является соответствующее экспериментальное обоснование уравнений состояния в форме (7)–(9).

3. Цели и задачи расчетно-экспериментальных исследований напряженно-деформированных и предельных состояний

На базе результатов исследований фундаментальных и прикладных проблем прочности, ресурса, надежности, живучести, безопасности и рисков применительно к рассматриваемым высоконагруженным элементам энергоустановок сформулированы (рис. 1) основные цели и задачи расчетно-экспериментальных исследований и разработок:

- определение внешних и внутренних эксплуатационных воздействий на несущие элементы, включая нагрузки, температуры, циклы, время эксплуатации, среду;
- анализ конструктивных и технологических факторов, включая геометрическую форму и размеры элементов и их сечений, концентрацию напряжений, физико-механические свойства материалов, режимы термообработки, сварки, пайки, упрочнения;
- анализ напряженно-деформированного состояния и основных методов его определения (сопротивление материалов, теория упругости, теория пластичности, численные методы, экспериментальные методы);
- развитие и использование теорий и критериев прочности, ресурса, живучести, надежности, включая классические гипотезы прочности I–IV, силовые, деформационные и энергетические критерии прочности, а также соответствующие запасы;
- формирование, разработка и использование теории и критериев безопасности и рисков, включая соответствующие запасы.

В общем случае анализа при штатной эксплуатации и возникновении аварийных и катастрофических ситуаций на соответствующие технические системы действуют следующие основные типы нагрузок *P*:

- механические P_m (от давления, массы, сил инерции и т.д.);
- тепловые P_t (от неравномерного распределения температур и (или) неоднородности теплофизических свойств материалов);
- электромагнитные *P_{em}* (от воздействия электромагнитных полей);
- аэрогидродинамические *P*_{hd} (от действия потоков жидкости и газов).

Отдельные и эквивалентные эксплуатационные нагрузки

$$P = P^{\mathfrak{s}} = \{P_m, P_{em}, P_t, P_{hd}\}$$
(10)

создают соответствующие НДС напряжениями σ и деформациями e:

$$\{\sigma, e\} = \{(\sigma_m, e_m), (\sigma_{em}, e_{em}), (\sigma_t, e_t), (\sigma_{hd}, e_{hd})\} = F\{P\}.$$
(11)





Fig. 1. General structure of the complex analysis of methods and criteria of design, production and service of high-loaded parts of installations

Для большинства типов рассматриваемых конструктивных элементов параметры реального напряженно-деформированного состояния определяются тремя основными факторами:

- условиями механического, теплового, аэродинамического, вибрационного эксплуатационного нагружения;
- конструктивными формами, размерами сечений и наличием концентрации напряжений в наиболее опасных точках и зонах несущих деталей;
- механическими свойствами используемых конструкционных материалов.

Анализ напряженно-деформированных состояний и обеспечение на основе его результатов прочности и долговечности высоконагруженных энергоустановок иллюстрируются на примере исследования отдельных элементов их агрегатов. При разработке последних и выборе их основных параметров большое внимание уделяется изучению локальных напряжений $\sigma_{\rm max}$, деформаций $e_{\rm max}$ и оценке долговечности механически и термически нагруженных элементов.

В качестве примера анализа НДС высоконагруженного элемента может быть рассмотрено рабочее колесо насоса высокого давления турбонасосного агрегата ракетного кислородно-водородного двигателя, которое представляет собой сложную пространственную конструкцию (рис. 2), работающую в условиях высоких статических и динамических нагрузок [8].

Расчетный анализ напряженно-деформированного состояния такого колеса при действии центробежных сил выполнен с использованием конечно-элементной модели, а его результаты приведены на рис. 3.

С целью сопоставления расчетных результатов с данными соответствующих экспериментальных исследований последние были выполнены с применением поляризационно-оптического метода (рис. 4) и метода хрупких тонзочувствительных покрытий [9, 10], результаты которых приведены на рис. 5.

Анализ полученных данных показал, что условия достижения предельного состояния (разрушения) в рассматриваемом элементе топливного агрегата при прочих равных условиях существенным образом зависят от пластичности материала, поэтому было рекомендовано обеспечить равномерную пластичность по его различным зонам с применением высокотемпературной порошковой металлургии.

Кроме того, было показано, что наблюдавшиеся усталостные разрушения периферийной части колеса под действием пульсаций давления связаны с особенностями их изготовления и, прежде всего, с малыми радиусами галтелей в сопряжениях лопаток и дисков. Увеличение галтелей в местах сопряжения лопаток и дисков позволило полностью решить данную проблему.

Особый интерес представляют вопросы, связанные с обеспечением прочности и долговечности лопаток рабочего колеса турбины топливного агрегата (рис. 6), которые являются одними из наиболее напряженных его элементов. Конструктивно лопатки выполнены как одно целое с диском и бандажом.





Рис. 2. Рабочее колесо насоса и его модель для исследования НДС

Fig. 2. The driving wheel of the pump and its model for research of stress-strain states

Рис. 3. Расчетные распределения напряжений в рабочем колесе Fig. 3. Computation distributions of stresses in the driving wheel



Puc. 4. Модель крыльчатки и схема срезов для экспериментального определения напряжений Fig. 4. The model of an impeller and the scheme of cuts for experimental definition of stresses



Рис. 5. Распределение полос фотоупругости (a) и эпюры напряжений (δ) в модели крыльчатки Fig. 5. Distribution of strips of photoelasticity (a) and an diagram of stresses (δ) in an impeller model

Результаты численного анализа НДС этого элемента показали, что статическая прочность рабочего колеса турбины обеспечивается для всех режимов эксплуатации. Однако при циклической работе на повышенных режимах (по числу оборотов и температуре) в зонах корневого сечения лопаток и их сопряжения с бандажом ближе к выходным кромкам возникали локальные разрушения в виде трещин. Было показано, что в указанных зонах при таких режимах местные напряжения с учетом концентрации





Рис. 6. Приведенные расчетные напряжения в лопатке турбины Fig. 6. Reduced computation stresses in a turbine blade

Рис. 6. Приведенные расчетные напряжения в лопатке турбины Рис. 7. Приведенные напряжения в оболочке сопла при боковой нагрузке и давлении

Fig. 7. Reduced stresses in a nozzle casing at lateral loading and pressure

напряжений превышают предел текучести материала. Увеличение числа лопаток, радиуса закругления (галтели), толщины покрывного диска, а также совершенствование технологии изготовления обеспечили необходимую долговечность крыльчатки.

Как показал опыт отработки прочности анализируемой энергоустановки, большой практический интерес представляет проблема обеспечения прочности ее рабочей камеры, нагруженной внешним давлением (рис. 7). Установлено, что при решении этой проблемы должно учитываться также ее температурное напряженно-деформированное состояние. В основу метода расчета такого элемента положена [11] геометрически нелинейная теория тонких оболочек. Конфигурация рассматриваемой камеры моделировалась многослойной оболочечной конструкцией с учетом различия модулей упругости, коэффициентов температурного расширения и коэффициентов Пуассона.

На основе полученных результатов показано, что имеющие место при рабочем режиме пластические деформации практически не снижают величину внешнего критического давления, так как основной вклад в обеспечение устойчивости вносят бандажи жесткости, но это заметно обострило такую проблему, как формоизменение рассматриваемого элемента.

4. Совместный анализ напряженных и предельных состояний, прочности, ресурса

Основополагающими в определении прочности, ресурса и безопасности агрегатов высокорисковых систем были и остаются задачи всестороннего анализа кинетики напряженно-деформированных и предельных состояний с учетом изменяющихся во времени τ и по числу циклов N в их высоконагруженных несущих конструкциях, опасных зонах и точках. Решение аналитических задач сопротивления материалов, теории упругости, пластичности и ползучести, теории колебаний, теории пластин и оболочек сводилось к определению экстремальных статических и динамических номинальных и локальных напряжений σ^{9} и деформаций e^{9} от действия эксплуатационных нагрузок P^{9} . При этом напряженно-деформированные состояния оцениваются через эксплуатационные нагрузки P^{9} с учетом размеров и форм сечений несущих элементов методами сопротивления материалов, теории упругости, пластичности, ползучести по (1)–(11), а также факторов эксплуатационных воздействий рабочих сред Φ^{9} :

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\Phi^{\mathfrak{d}}, P^{\mathfrak{d}}, F, I_x, I_y, I_p, W_x, W_y, W_p\}.$$
(12)

При упругих деформациях

$$\sigma^{\mathfrak{d}} = Ee^{\mathfrak{d}} \le \sigma_{\mathfrak{r}} \tag{13}$$

эквивалентные напряжения $\sigma_{_{3KB}}$, зависящие от компонентов напряженного состояния σ_1 , σ_2 , σ_3 , пропорциональны эквивалентным деформациям $e_{_{3KB}}$. Это означает, что для конструкционных металлических материалов на основе железа напряженно-деформированные состояния определяются напряженными состояниями с учетом базовых характеристик материалов — модуля упругости E и коэффициента Пуассона μ :

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{d}}, E, \mu\} \le \sigma_{\mathfrak{r}}.$$
(14)

При возникновении пластических деформаций (общих или локальных) условие (14) становится неприемлемым — напряжения σ^{3} нелинейно связаны с деформациями e^{3} . Как наиболее обоснованная и приемлемая с практической точки зрения [3] эта связь описывается степенной функцией (8)

$$\sigma^{\mathfrak{d}} = F\left(e^{\mathfrak{d}}, e_{\mathfrak{r}}, m_{0}\right) \ge \sigma_{\mathfrak{r}}.$$
(15)

Для этого случая циклического неупругого деформирования по аналогии с (14) и (15) напряженно-деформированное состояние будет описано в форме

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{d}}, E, \mu, \sigma_{\mathfrak{r}}, m(k)\}, \qquad (16)$$

где m(k) — показатель упрочнения в k-полуцикле нагружения. При этом величина μ зависит от величины деформации $e^{\mathfrak{d}}$.

При циклическом упругопластическом деформировании (с числом полуциклов нагружения k = 2N) диаграмма деформирования изменяется в каждом полуцикле k и показатель упрочнения m(k) оказывается зависящим от числа полуциклов k, исходной деформации $e^{i(0)}$ в нулевом полуцикле (k = 0) при исходном нагружении

$$m(k) = F\{m_0, k, e^{(0)}, A, B, C\},$$
(17)

где A, B, C — параметры диаграмм циклического деформирования, определяемые экспериментально или расчетом.

Тогда НДС при циклическом нагружении в неупругой области находится по формуле

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{d}}, E, \mu, \sigma_{\mathfrak{r}}, m_0, e^{\mathfrak{d}(0)}, k, A, B, C\}.$$
(18)

При однократном динамическом деформировании со скоростями деформаций $\dot{e}^{\mathfrak{s}} = de^{\mathfrak{s}}/d\tau$ сопротивление пластическим деформациям $\sigma_{\mathfrak{r}\dot{e}}$ растет по степенному закону, а показатель упрочнения $m_{0\dot{e}}$ падает:

$$\sigma_{\mathrm{r}\dot{e}} = \sigma_{\mathrm{r}0} \left(\dot{e}^{\mathfrak{s}} / \dot{e}_0 \right)^{\alpha \dot{e}},\tag{19}$$

$$m_{0\dot{e}} = F\left\{m_0, \sigma_{\mathrm{T}\dot{e}}, \sigma_{\mathrm{T}\dot{e}} / \sigma_{\mathrm{B}\dot{e}}\right\},\tag{20}$$

где $\alpha_{\dot{e}}$ — характеристика материала ($0 \le \alpha_{\dot{e}} \le 0.1$), определяемая экспериментально; $\sigma_{\tau\dot{e}}, \sigma_{\rm B\dot{e}}$ — пределы текучести и прочности при динамическом деформировании; $\sigma_{\tau 0}$ — предел текучести при стандартном статическом деформировании со скоростью \dot{e}_{o} .

Тогда НДС при динамическом упругопластическом деформировании находится по формуле

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{d}}, E, \mu, \sigma_{\mathfrak{T}}, m_0, \dot{e}^{\mathfrak{d}}, \alpha_{\dot{e}}, \sigma_{\mathfrak{B}\dot{e}}\}.$$
(21)

При однократном нагружении в области криогенных, низких, комнатных, повышенных и высоких температур происходит изменение сопротивления пластическим деформациями и разрушению — пределы текучести $\sigma_{\rm T}$ и прочности $\sigma_{\rm B}$ растут с понижением температур и понижаются с повышением температуры относительно комнатной по экспоненциальному закону

$$\sigma_{\rm T} = \sigma_{\rm T0} \exp\left[\beta_{\rm T}\left(\frac{1}{t^{\rm y}} - \frac{1}{t_0}\right)\right], \qquad \sigma_{\rm B} = \sigma_{\rm B0} \exp\left[\beta_{\rm B}\left(\frac{1}{t^{\rm y}} - \frac{1}{t_0}\right)\right], \tag{22}$$

где $\beta_{\rm T}$, $\beta_{\rm B}$ — характеристики материала, определяемые экспериментально для различных материалов; $\sigma_{\rm T0}$, $\sigma_{\rm B0}$ — пределы текучести и прочности при комнатной температуре $t_0 = 293$ К. Величины m_0 , $\sigma_{\rm T}$, $\sigma_{\rm B}$ влияют на показатель упрочнения m_t при заданной температуре.

Тогда НДС при варьировании температур будет рассчитываться по формуле

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{d}}, E, \mu, \sigma_{\mathfrak{T}0}, m_0, \beta_{\mathfrak{T}}, \beta_{\mathfrak{B}}, t^{\mathfrak{d}}\}.$$
(23)

При длительном нагружении со временем $\tau^{\mathfrak{d}}$, когда проявляются эффекты ползучести, сопротивление пластическим деформациям $\sigma_{\mathtt{T},\tau}$ и разрушению $\sigma_{\mathtt{B},\tau}$ снижается по степенному закону

$$\{\sigma_{\scriptscriptstyle \mathrm{T},\tau},\sigma_{\scriptscriptstyle \mathrm{B},\tau}\} = F\left\{\left[\sigma_{\scriptscriptstyle \mathrm{T}0},\sigma_{\scriptscriptstyle \mathrm{B}0}\right]\left(\tau_0/\tau^{\scriptscriptstyle 9}\right)^{(m_{\scriptscriptstyle \mathrm{B}\tau},m_{\scriptscriptstyle \mathrm{T}\tau})}\right\},\tag{24}$$

где $\sigma_{\rm t0}$, $\sigma_{\rm b0}$ — пределы текучести и прочности при однократном кратковременном нагружении со временем τ_0 при данной температуре t; $m_{\rm b\tau}$, $m_{\rm t\tau}$ — характеристики материала, определяемые при экспериментах с варьированием τ при данной t температуре $(m_{\rm b\tau} > m_{\rm t\tau})$. Величины $\sigma_{\rm t,\tau}$, $\sigma_{\rm b\tau}$ и m_0 определяют показатель упрочнения m_{τ} .

Тогда НДС в условиях нагружения с заданными временами будет вычисляться по формуле

$$\{\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}\} = F\{\sigma^{\mathfrak{s}}, E, \mu, \sigma_{\mathfrak{r}0}, \sigma_{\mathfrak{s}0}, m_0, t^{\mathfrak{s}}, \tau^{\mathfrak{s}}, m_{\mathfrak{s}\tau}, m_{\mathfrak{r}\tau}\}.$$
(25)

В общем случае в процессе испытаний и эксплуатации высоконагруженных агрегатов все основные расчетные величины в выражениях (12)–(25) изменяются в зависимости:

- от действующих усилий $P^{\mathfrak{d}}$, времени $\tau = \tau^{\mathfrak{d}}$, температуры $t = t^{\mathfrak{d}}$, числа циклов $N = N^{\mathfrak{d}}$;
- базовых стандартных характеристик механических свойств $(E, \mu, \sigma_{\rm T}, \sigma_{\rm B})$, а также дополнительно определяемых характеристик $(m, A, B, C, \alpha_{\dot{e}}, \beta_{\rm T}, \beta_{\rm B}, m_{\rm B\tau}, m_{\rm T\tau})$.

С учетом изложенного анализ формирующихся и изменяющихся напряженно-деформированных состояний $\{\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}\}$ в высоконагруженных энергоагрегатах оказывается чрезвычайно сложной задачей с учетом широкой вариации отмеченных выше условий нагружения и переменных свойств конструкционных материалов. Для современных легированных сталей и жаропрочных сплавов энергетического назначения проводятся дополнительные исследования для оценки роли анизотропии.

5. Параметры поврежденных состояний

Напряженно-деформированные состояния характеризуются общими и локальными напряжениями и деформациями $\{\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}\}$ в опасных зонах и точках несущих сечений элементов. По мере увеличения $\sigma^{\mathfrak{s}}$ и $e^{\mathfrak{s}}$, числа циклов нагружения N, времени τ и температур t в этих сечениях и точках происходит накопление эксплуатационных повреждений

$$d^{\mathfrak{d}} = F\left\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}, N, t, \tau\right\}.$$
(26)

Расчетные выражения (12)–(25) для определения НДС расчетными и экспериментальными методами являются исходными для описания процессов накопления повреждений и их количественной оценки на основе (26) при статических, циклических и вибрационных воздействиях.

Накопленные повреждения $d^{\mathfrak{p}}$ при однократном статическом нагружении могут быть оценены через отношения достигнутых на заданной стадии нагружения максимальных фактических величин локальных эквивалентных напряжений $\sigma_{\max}^{\mathfrak{p}}$ и деформаций $e_{\max}^{\mathfrak{p}}$ к предельным, критическим величинам σ_{κ} и e_{κ} , определяемым из экспериментов на образцах:

$$d^{\mathfrak{s}} = F\left\{\frac{\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}}{\sigma_{\kappa}}, \frac{e_{\max}^{\mathfrak{s}}}{e_{\kappa}}\right\}.$$
(27)

Этот же подход может быть распространен и на использование параметров НДС $\{\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}\}$ при динамическом и длительном статическом нагружении с учетом того, что критические величины σ_{κ} и e_{κ} определены при этих же режимах.

При оценках ресурса в условиях циклического (мало- и многоциклового) нагружения на заданной стадии *i*-го нагружения с числом циклов n_i накопленное повреждение в наиболее опасной зоне или точке с НДС { $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}, e_{\max}^{\mathfrak{s}}$ } вычисляется по формуле

$$d^{\mathfrak{d}} = \left\{\frac{n_i}{N_{i\kappa}}\right\},\tag{28}$$

где $N_{i\kappa}$ — критическое число циклов, определяемое экспериментом или расчетом для заданных $\{\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}, e_{\max}^{\mathfrak{s}}\}.$

В многоцикловой области классической усталости ($10^5 \le N_{\kappa} \le 10^7$), когда $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}} \le \sigma_{\mathfrak{r}}$, напряжения $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}$ и деформации $e_{\max}^{\mathfrak{s}}$ связаны законом Гука и величина $d^{\mathfrak{s}}$ определяется только напряженным состоянием.

В малоцикловой области при $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}} \geq \sigma_{\mathfrak{r}}$ и $10^0 \leq N_{\kappa} \leq 10^5$, как отмечалось выше, имеет место сложное изменение локальных напряжений $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}$ и деформаций $e_{\max}^{\mathfrak{s}}$, зависящих от статических и циклических свойств материалов и режимов нагружения. В этом случае возможны два основных типа разрушения:

- квазистатическое с образованием шейки как при однократном статическом нагружении, характерное для циклически стабильных и циклически разупрочняющихся материалов;
- усталостное разрушение с образованием трещин усталости как при многоцикловой усталости, характерное для всех групп материалов (циклически упрочняющихся, циклически стабильных и циклически разупрочняющихся).

Тогда в малоцикловой области накопленные повреждения d^{9} оцениваются с использованием выражений (27), (28):

$$d^{\mathfrak{d}} = F\left\{\frac{e_{\max}^{\mathfrak{d}}}{e_{\kappa}}, \frac{n_{i}}{N_{i\kappa}}\right\}.$$
(29)

При оценках ресурса в условиях длительного нагружения с НДС $\{\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}, e_{\max}^{\mathfrak{s}}\}$ накапливаемые повреждения для заданной стадии *i*-го нагружения со временем τ_i будут определяться выражением, аналогичным (29):

$$d^{\mathfrak{s}} = F\left\{\frac{e_{\max}^{\mathfrak{s}}}{e_{\kappa}}, \frac{\tau_{i}}{\tau_{\kappa i}}\right\}.$$
(30)

Здесь $e_{\max}^{\mathfrak{s}}$ — максимальная локальная деформация с учетом деформаций ползучести по заданной стадии нагружения; $\tau_{\kappa i}$ — критическое время при заданном напряжении $\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}}$.

Влияние повреждающих факторов Φ^{π} (например, коррозионного повреждения, водородного и радиационного охрупчивания) учитывается через изменение критических величин σ_{κ} , e_{κ} , N_{κ} , τ_{κ} .

Таким образом, поврежденные состояния $d^{\mathfrak{s}}$ на основе (26)–(30) оказываются напрямую связанными с общими { $\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}$ } и локальными { $\sigma^{\mathfrak{s}}_{\max}, e^{\mathfrak{s}}_{\max}$ } НДС, а также изменяющимися критическими характеристиками.

6. Параметры предельных состояний

Предельное состояние при разрушении в наиболее нагруженных сечениях и точках несущих элементов возникает, когда в них достигаются критические напряжения σ_{κ} или деформации e_{κ} . Условие достижения этого предельного состояния при однородных напряженных состояниях с учетом (27) имеет вид

$$\sigma^{\mathfrak{d}} = \sigma_{\kappa}, \qquad e^{\mathfrak{d}} = e_{\kappa}, \qquad d^{\mathfrak{d}} = 1. \tag{31}$$

Перечень предельных состояний для несущих элементов высоконагруженных энергоагрегатов приведен в [3, 8]. Предельное состояние при неравномерном распределении напряжений σ_{\max}^{9} и деформаций e_{\max}^{9} (в зонах концентрации, неоднородности свойств и термических напряжений на стадии образования трещин) будет записываться с учетом (31) в форме

$$\sigma_{\max}^{\mathfrak{s}} = \sigma_{\kappa}, \qquad e_{\max}^{\mathfrak{s}} = e_{\kappa}, \qquad d^{\mathfrak{s}} = 1.$$
(32)

Предельные состояния в зонах трещин по локальным критериям трещиностойкости, характеризуемым коэффициентами интенсивности напряжений $K_{I\sigma}^{9}$ и деформаций K_{Ie}^{9} в вершине трещин, по аналогии с (32) будут определяться по выражению

$$K_{\mathrm{I}\sigma}^{\mathfrak{s}} = K_{\mathrm{I}c\sigma}, \qquad K_{\mathrm{I}e}^{\mathfrak{s}} = K_{\mathrm{I}ce}, \qquad d^{\mathfrak{s}} = 1, \{K_{\mathrm{I}\sigma}^{\mathfrak{s}}, K_{\mathrm{I}e}^{\mathfrak{s}}\} = F\{K_{\mathrm{I}}^{\mathfrak{s}}, m_{0}, \sigma^{\mathfrak{s}}/\sigma_{\mathrm{T}}\},$$
(33)

где $K_{\rm I}$ — коэффициент интенсивности напряжений в рамках линейной механики разрушения; $K_{\rm Ic\sigma}$, $K_{\rm Ice}$ — критические значения коэффициентов интенсивности напряжений и деформаций в упругопластической области, определяемые экспериментально на образцах с трещинами или расчетом.

Предельные состояния по пластическому деформированию и недопустимому формоизменению по существу отвечают заданному ограничению общих e^{ϑ} и локальных e^{ϑ}_{\max} упругопластических деформаций и деформаций ползучести. Это условие аналогично классическому условию жесткости

$$\{e^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}_{\max}\} = \{e_g, e_{\max g}\}, \qquad d^{\mathfrak{s}} = 1, \tag{34}$$

где e_g , $e_{\max g}$ — допускаемые общие или локальные деформации (перемещения).

Предельное состояние по потере устойчивости, как правило, отражает изменение формы равновесия анализируемых элементов (стержней, пластин, оболочек) при действии общих сжимающих напряжений σ^{3} . Потеря устойчивости может носить глобальный или местный характер при достижении напряжениями σ^{3} и σ^{3}_{max} критических величин $\sigma_{\kappa y}$, $\sigma_{max \kappa y}$, устанавливаемых экспериментально или расчетом:

$$\{\sigma^{\mathfrak{d}}, e^{\mathfrak{d}}_{\max}\} = \{\sigma_{\kappa y}, \sigma_{\max \kappa y}\}.$$
(35)

Накапливаемые повреждения в общепринятой форме для случаев потери устойчивости обычно не оцениваются. Для высоконагруженных элементов энергоагрегатов постепенное (по времени τ или числу циклов N) нарушение условий устойчивости может быть вызвано прогрессирующим формоизменением при термоциклическом нагружении или снижением модулей упругости E и показателей упрочнения m материалов под действием циклических упругопластических деформаций.

Предельное состояние по появлению и развитию трещин обусловлено как недопустимостью образования трещин l (например, в тонкостенных оболочках баков с топливом), так и допустимостью их развития до критических размеров l_{κ} . В анализ вводится $l^{\mathfrak{s}}$ скорость роста трещин $d^{\mathfrak{s}}/dN$ по числу циклов N или $dl^{\mathfrak{s}}/d\tau$ по времени τ . При этом используются основные критериальные уравнения линейной и нелинейной механики разрушения, а накопленное повреждение можно оценивать как относительный размер трещины:

$$\left\{\frac{dl^{\mathfrak{s}}}{dN}, \frac{dl^{\mathfrak{s}}}{d\tau}\right\} = \left\{K_{\mathrm{I}\sigma}^{\mathfrak{s}}, K_{\mathrm{I}e}^{\mathfrak{s}}, C_{l}, m_{l}\right\},\tag{36}$$

$$l^{\mathfrak{d}} = \int_{N,\tau} \left\{ \frac{dl^{\mathfrak{d}}}{dN}, \frac{dl^{\mathfrak{d}}}{d\tau} \right\} = l_{\mathfrak{K}}, \qquad d^{\mathfrak{d}} = \frac{l^{\mathfrak{d}}}{l_{\mathfrak{K}}} = 1.$$
(37)

Здесь C_l , m_l — характеристики материала, определяемые экспериментально с использованием известного уравнения Пэриса; однако эти характеристики зависят от напряжений, температур и времени и могут определяться расчетом [1, 3, 8, 12].

Наиболее сложным и пока мало изученным является предельное состояние *е* по возгоранию. Оно может иметь место, когда происходит опасное сочетание экстремальных температур $t^{\mathfrak{s}}_{\max}$ (например, на поверхности трубопроводов, лопаток топливного агрегата, рабочих камер), высоких давлений $P^{\mathfrak{s}}_{\max}$ и пульсаций давления $\Delta P^{\mathfrak{s}}_{\max}$, высокого обогащения рабочего тела водородом $\mathrm{H}^{\mathfrak{s}}_{2}$ и кислородом $\mathrm{O}^{\mathfrak{s}}_{2}$ и локального повышения температур $\Delta t^{\mathfrak{s}}_{\max}$. Водород, обладающий высокой проникаемостью в материал и накапливающийся в дефектах, создает локальную нагруженность и потерю пластичности, снижая расчетную долговечность. Рост $\Delta t^{\mathfrak{s}}_{\max}$ может происходить за счет:

- локального тепловыделения при больших размахах локальных циклических упругопластических деформаций $\Delta e_{\max}^{\mathfrak{s}}$ и высоких частотах;
- попадания на рабочие поверхности несущих элементов энергоагрегата твердых частиц вместе с потоками в тракты топливного агрегата и рабочей камеры, при этом условиями достижения предельного состояния *е* будут

$$t_{\max}^{\mathfrak{s}} + \Delta t_{\max}^{\mathfrak{s}} = t_{\kappa}, \tag{38}$$

$$\{\Delta t_{\max}^{\mathfrak{s}}\} = F\{\Delta e_{\max}^{\mathfrak{s}}\},\tag{39}$$

где $t_{\rm k}$ — критическая температура возгорания, зависящая для данного материала от $P_{\rm max}^{\mathfrak{s}}, \, \Delta P_{\rm max}^{\mathfrak{s}}, \, \mathcal{O}_2^{\mathfrak{s}}, \,$ устанавливаемая экспериментально.

Предельное состояние по недопустимым вибрациям (в первую очередь, по вибрационным перемещениям) ограничивается по таким двум параметрам, как:

- динамические вибрационные напряжения $\sigma_{\rm B6}^{\circ}$ и деформации $e_{\rm B6}^{\circ}$, создающие циклические повреждения $d_{\rm B6}^{\circ}$, оцениваемые по выражению (29);
- динамические перемещения, нарушающие работу сопряженных элементов энергоагрегата (валов и корпусов, трубопроводов и рабочей камеры), в этом случае ограничения вводятся в форме (34).

Это обстоятельство обусловливает дополнительное повреждение от двух- и многочастотного нагружения [12].

В соответствии с выражениями (12)-(39) важность анализа напряженно-деформированных состояний { $\sigma^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}$ }, { $e^{\mathfrak{s}}, e^{\mathfrak{s}}_{\max}$ } определяется тем, что НДС напрямую связаны с процессами накопления повреждений $d^{\mathfrak{s}}$, а последние — с достижением соответствующих предельных состояний и разрушениями.

Заключение

Таким образом, проведение комплекса расчетных и экспериментальных исследований, включая последовательное определение напряженно-деформированного и предельного состояний ответственных деталей, узлов и агрегатов энергоустановок различного назначения, возможно только с применением аналитических и численных методов, методов экспериментальной механики (поляризационно-оптических и тензометрических моделей, методов покрытий, голографии и термовидения), а также натурных тензо-, термометрических исследований несущих элементов энергоагрегатов. На основе выбранных расчетных схем и расчетных случаев по уравнениям сопротивления материалов, теорий стержней, пластин и оболочек для каждого момента времени устанавливаются компоненты трех номинальных нормальных $\sigma = \sigma_n$ и трех касательных τ напряжений без учета концентрации напряжений.

По этим составляющим устанавливают главные напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 и главные деформации e_1 , e_2 , e_3 в первую очередь для момента достижения экстремальных нагрузок $P_{\max} = P_{\kappa}$. Главным площадкам для этого момента времени присваивают индексы i, j, k, тогда $\sigma_1 = \sigma_i, \sigma_2 = \sigma_j, \sigma_3 = \sigma_k$ и $e_1 = e_i, e_2 = e_j, e_3 = e_k$. Для других моментов времени $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_i$ и зафиксированных площадок с индексами i, j, k строят зависимости во времени τ компонентов σ и деформаций e. На этих зависимостях выделяют моменты, когда какая-либо из составляющих напряжений или деформаций достигает экстремального (максимального или минимального) значения, а потом начинает уменьшаться (или увеличиваться) до следующего экстремального значения. В этом анализе рассматриваются сложные процессы нелинейного деформирования (упругопластические статические, циклические и длительные деформации).

Реакцией несущих высоконагруженных элементов энергоагрегатов на суммарные нагрузки, воздействия физических полей и коррозионных сред является возникновение не только полей напряжений и деформаций, но и полей повреждений в зонах высокой концентрации напряжений. Причем в зонах концентрации напряжений местные напряжения и деформации имеют повышенные значения, а сами процессы повреждения материала протекают более интенсивно, приводя к возникновению трещин и разрушению. В зависимости от условий нагружения и среды реализуются различные механизмы накопления повреждений и разрушения. Среди этих механизмов наиболее опасны те, которые приводят к катастрофическому (лавинообразному) разрушению с учетом водородного, коррозионного циклического и динамического растрескивания, длительного статического термомеханического нагружения, повреждения и неустойчивого распространения трещин.

Анализ НДС и физически связанных особенностей неизотермических и статистических механизмов появления и накопления повреждений d в материале играет весьма важную роль при формировании критериев достижения различных типов предельных состояний в ответственных опасных и высокорисковых инженерных конструкциях и агрегатах [3, 13]. Так как к ним предъявляются повышенные требования по материалоемкости и безопасности при общей тенденции к снижению запасов (1)–(3), (8), (13), перспективными будут взаимоувязанные численные, аналитические и экспериментальные методы определения и нормирования напряженно-деформированных, поврежденных и предельных состояний.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-19-00769-П).

Список литературы

- [1] Москвичев В.В. Прикладные задачи конструкционной прочности и механики разрушения технических систем. Новосибирск: Наука; 2021: 796. DOI:10.7868/978-5-02-038832-1.
- [2] Махутов Н.А. Безопасность и риски: системные исследования и разработки. Новосибирск: Наука; 2017: 724.
- [3] Махутов Н.А. Прочность и безопасность. Фундаментальные и прикладные исследования. Новосибирск: Наука; 2008: 528.
- [4] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука; 1975: 576.
- [5] Безухов Н.И., Лужин О.В. Приложение методов теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. М.: Высшая школа; 1974: 200.
- [6] Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение; 1968: 400.
- [7] Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение; 1993: 364.
- [8] Махутов Н.А., Рачук В.С., Гаденин М.М., Рудис М.А., Паничкин Н.Г. Прочность и ресурс ЖРД. М.: Наука; 2011: 525.
- [9] Разумовский И.А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; 2007: 237.
- [10] **Пригоровский Н.И.** Методы и средства определения полей деформаций и напряжений. М.: Машиностроение; 1983: 248.
- [11] **Грибанов В.Ф., Крохин И.А., Паничкин И.Г.** Прочность, устойчивость и колебания термонапряженных оболочечных конструкций. М.: Машиностроение; 1990: 368.
- [12] Гаденин M.M. Исследование закономерностей сопротивления деформированию накопления повреждений при нерегулярном малоцикловом нагрулаборатория. Диагностика 2021;87(11):55-63.жении. Заводская материалов. DOI:10.26896/1028-6861-2021-87-11-55-63.
- [13] Абросимов Н.В. Безопасность России. Научные основы техногенной безопасности: правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. М.: Знание; 2015: 935. ISBN:978-5-87633-131-1.

Вычислительные технологии, 2023, том 28, № 4, с. 5–21. © ФИЦ ИВТ, 2023 Computational Technologies, 2023, vol. 28, no. 4, pp. 5–21. © FRC ICT, 2023

INFORMATION TECHNOLOGIES

$\rm DOI: 10.25743 / ICT. 2023.28.4.002$

Computation and experimental modelling of stress-strain states of high-loaded parts of power units

N.A. MAKHUTOV*, M.M. GADENIN

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, 101990, Moscow, Russia *Corresponding author: Nikolay A. Makhutov, e-mail: kei51@mail.ru Received May 24, 2023, revised June 26, 2023, accepted June 30, 2023.

Abstract

Methods of experimental mechanics along with finite-element method and the obtained results for the high-loaded parts of a liquid-fuel rocket engine, made of the modern alloyed steels and heat resisting alloys shows that parameters of a real stress-strain state are defined by three major factors: conditions of a mechanical, thermal, aerodynamic, vibration service loading; constructive forms, sizes of sections and existence of concentration of stresses in the most dangerous points and zones of the bearing details; mechanical properties of the utilized constructional materials. At the same time the computation equations for determination of stress-strain states by the considered methods are primary for the description of processes of accumulation of damages and their quantitative estimation at static, cyclic and vibration impacts. It is shown that reaction of the bearing high-loaded parts of power units to total service loadings, impacts of physical fields and corrosion environments is both initiation for fields of stresses and strains and fields of damages to zones of high concentration of stresses.

Keywords: stress-strain states, computation and experimental modelling, stresses, strains, damages, limit states, fracture.

Citation: Makhutov N.A., Gadenin M.M. Computation and experimental modelling of stressstrain states of high-loaded parts of power units. Computational Technologies. 2023; 28(4):5–21. DOI:10.25743/ICT.2023.28.4.002. (In Russ.)

Acknowledgements. The work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-19-00769-P).

References

- 1. Moskvichev V.V. Prikladnye zadachi konstruktsionnoy prochnosti i mekhaniki razrusheniya tekhnicheskikh system [Applied problems of a structural integrity and fracture mechanics of technical systems]. Novosibirsk: Nauka; 2021: 796. DOI:10.7868/978-5-02-038832-1. (In Russ.)
- 2. Makhutov N.A. Bezopasnost i riski: sistemnye issledovaniya i razrabotki [Safety and risks: system researche and practical implementations]. Novosibirsk: Nauka; 2017: 724. (In Russ.)
- 3. Makhutov N.A. Prochnost i bezopasnost. Fundamentalnye i prikladnye issledovaniya [Strength and safety. Fundamental and applied researches]. Novosibirsk: Nauka; 2008: 528. (In Russ.)
- 4. **Timoshenko S.P., Gud'er J.** Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow: Nauka; 1975: 576. (In Russ.)
- 5. Bezukhov N.I., Luzhin O.V. Prilozhenie metodov teorii uprugosti i plastichnosti k resheniyu inzhenernykh zadach [Application of methods of the theory of elasticity and plasticity to the solution of engineering problems]. Moscow: Vysshaya Shkola; 1974: 200. (In Russ.)
- 6. **Malinin N.N.** Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie; 1968: 400. (In Russ.)
- 7. Kogaev V.P. Raschety na prochnost pri napryazheniyakh, peremennykh vo vremeni [Computations on strength for stresses varied in time]. Moscow: Mashinostroenie; 1993: 364. (In Russ.)

ISSN 1560-7534 eISSN 2313-691X

- 8. Makhutov N.A., Rachuk V.S., Gadenin M.M., Rudis M.A., Panichkin N.G. Prochnost i resurs ZhRD [Strength and liquid-fuel rocket engine life-time]. Moscow: Nauka; 2011: 525. (In Russ.)
- Razumovskiy I.A. Interferentsionno-opticheskie metody mekhaniki deformiruemogo tverdogo tela [Interference optical methods for mechanics of deformable solid body]. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N.E. Baumana; 2007: 237. (In Russ.)
- 10. **Prigorovskiy N.I.** Metody i sredstva opredeleniya poleiy deformatsii i napryazheniy [Methods and facilities for determination of stress and strain fields]. Moscow: Mashinostroenie; 1983: 248. (In Russ.)
- 11. Gribanov V.F., Krokhin I.A., Panichkin I.G. Prochnoct, ustoychevoct i kolebaniya termonapryazhennykh obolochechnykh konstruktsyy [Strength, rigidity and fluctuations of thermostressed casings structures]. Moscow: Mashinostroenie; 1990: 368. (In Russ.)
- Gadenin M.M. Study of the regularities of resistance to deformation and damage accumulation under irregular low cycle loading. Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov. 2021: 87(11):55–63. DOI:10.26896/1028-6861-2021-87-11-55-63. (In Russ.)
- Abrosimov N.V. Bezopasnost' Rossii. Nauchnye osnovy tekhnogennoy bezopasnosti: pravovye, sotsial'no-ekonomicheskie i nauchno-tekhnicheskie aspekty [Safety of Russia. Legal, social-economic and scientifically technical aspects. Scientific foundations of technogenic safety]. Moscow: Znanie; 2015: 936. (In Russ.)