

# ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ГИПЕРЗВУКОВОГО УДАРНОГО СЛОЯ К ЕСТЕСТВЕННЫМ И ИСКУССТВЕННЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ\*

А. Н. КУДРЯВЦЕВ

*Лаборатория аэротермодинамики*

*Национального центра научных исследований, Орлеан, Франция*

e-mail: alex@itam.nsc.ru

А. А. МАСЛОВ, С. Г. МИРОНОВ, Т. В. ПОПЛАВСКАЯ,

И. С. ЦЫРЮЛЬНИКОВ

*Институт теоретической и прикладной механики*

*им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия*

maslov@itam.nsc.ru, mironov@itam.nsc.ru, popla@itam.nsc.ru

Instability of the viscous shock layer excited by natural disturbances (freestream acoustic waves) and artificial disturbances (periodic blowing-suction) is investigated. Results are compared with the experimental data obtained at the hypersonic wind tunnel of ITAM SB RAS. Mechanisms of receptivity and development of disturbances excited by various sources in the hypersonic shock layer are discussed.

## Введение

Понимание механизмов неустойчивости вязкого ударного слоя является необходимым условием разработки эффективных методов управления ламинарно-турбулентным переходом при гиперзвуковом обтекании летательных аппаратов. Процессы возникновения возмущений в вязком ударном слое (задача восприимчивости) и их дальнейшего развития могут существенно отличаться от тех, что присущи сверхзвуковым пристенным течениям при умеренных числах Маха ( $M_\infty < 10$ ) [1–4].

Возможности экспериментального моделирования восприимчивости и развития возмущений в высокоскоростных течениях в гиперзвуковых аэродинамических трубах весьма ограничены. Численное моделирование может восполнить этот пробел. В последнее время появился ряд работ [3–7], где задача восприимчивости и развития возмущений в сверхзвуковом пограничном слое решается прямым численным моделированием на основе решения

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-08-33436).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2006.

полных нестационарных уравнений Навье — Стокса. Этот подход дает детальную информацию о поле возмущений, которую можно использовать для верификации теоретических моделей и сравнения с данными измерений.

В настоящей работе приведены результаты прямого численного моделирования восприимчивости и развития возмущений в гиперзвуковом вязком ударном слое на плоской пластине при очень высоком числе Маха ( $M_\infty = 21$ ) и умеренных значениях числа Рейнольдса ( $Re_L = 1.44 \cdot 10^5$ ). Путем решения двумерных уравнений Навье — Стокса исследована задача взаимодействия с ударным слоем акустических возмущений внешнего потока быстрой и медленной моды, а также возмущений, вводимых у передней кромки пластины с помощью периодического вдува и отсоса. Результаты расчета сравниваются с данными экспериментальных измерений характеристик пульсаций плотности, выполненных для тех же параметров потока в гиперзвуковой азотной аэродинамической трубе Т-327А ИТПМ СО РАН.

## 1. Краткое описание эксперимента

Модели пластин длиной 240 и 340 мм с острой передней кромкой шириной 100 мм были помещены в гиперзвуковой поток с числом Маха  $M_\infty = 21$ , единичным числом Рейнольдса  $Re_{1\infty} = 6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$  и температурой торможения  $T_0 = 1200 \text{ К}$ ; температурный фактор поверхности  $T_w/T_0 = 0.25$ . Методом электронно-пучковой флюоресценции азота [8] измерялись распределения средней плотности и характеристики пульсаций плотности. Измерения выполнены как для естественных возмущений потока в рабочей части аэродинамической трубы [9], так и для периодических контролируемых возмущений, вводимых в ударный слой с носика пластины.

Естественные возмущения представляют собой широкополосные акустические возмущения медленной моды, распространяющиеся вдоль оси потока в диапазоне углов, определяемых числом Маха потока в рабочей части трубы ( $\cong \pm 3^\circ$ ). Для естественных возмущений измерялись распределения спектров пульсаций по продольной и нормальной к поверхности пластины координатам вдоль осевой линии модели. По этим данным вычислялись скорости роста возмущений в ударном слое.

Возмущения типа “вдув-отсос” создавались цилиндрическим кососрезным газодинамическим свистком [10] диаметром 6 мм, расположенным под пластиной. Передняя кромка свистка находилась вровень с передней кромкой пластины. Основная частота вводимых возмущений составляла 20 кГц. Одновременно в ударный слой вводились возмущения на частоте гармоники ( $f^* = 40 \text{ кГц}$ ), интенсивность которой примерно в 20 раз меньше. Для контролируемых возмущений измерялись распределения амплитуды и фазы пульсаций плотности по продольной, нормальной и трансверсальной координатам.

## 2. Численная постановка задачи

При прямом численном моделировании решались двумерные уравнения Навье — Стокса, записанные в виде системы законов сохранения:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{M_\infty}{Re_L} \left( \frac{\partial \mathbf{F}^\nu}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^\nu}{\partial y} \right). \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{Q}$  — вектор консервативных переменных;  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$  — векторы невязких потоков;  $\mathbf{F}^\nu$ ,  $\mathbf{G}^\nu$  — векторы вязких потоков, равные соответственно:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}^\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + k\frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}^\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + k\frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right).$$

Система уравнений замыкается уравнением состояния совершенного газа

$$p = \rho T / \gamma. \quad (3)$$

Здесь  $u, v$  — компоненты вектора скорости вдоль  $x$  и  $y$ ;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $T$  — температура;  $e = p/(\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2)/2$  — полная энергия на единицу объема;  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей;  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $k = \frac{\mu}{(\gamma - 1)\text{Pr}}$  — коэффициент теплопроводности.

Для вычисления вязкости использовалась формула Сазерленда

$$\mu = T^{1.5} \frac{1 + T_S/T_\infty^*}{T + T_S/T_\infty^*},$$

где  $T_\infty^*$  — температура набегающего потока;  $T_S$  — постоянная Сазерленда, равная для азота 106.67 К. Число Рейнольдса  $\text{Re}_L$  вычислено по параметрам набегающего потока и длине пластины  $L^*$ , число Прандтля  $\text{Pr} = 0.72$ . Здесь и ниже индексом “\*” обозначены размерные величины.

Численный метод решения уравнений (1) подробно описан в работе [9]. Для аппроксимации конвективных членов уравнений Навье — Стокса используется МР5-схема (monotonicity-preserving, 5<sup>th</sup> order), предложенная в [11]. Потоки на гранях между ячейками вычисляются в ней с помощью кусочно-полиномиальной реконструкции четвертого порядка, в результате схема имеет пятый порядок аппроксимации на гладких решениях. Вблизи разрывов реконструированные значения потоков ограничиваются так, чтобы решение сохраняло монотонность. В отличие от широко известных TVD-схем (total variation diminishing), данная схема обладает встроенным анализатором, позволяющим отличать разрывы решения от гладких экстремумов. Это позволяет избежать уменьшения точности на гладких экстремумах до первого порядка, что вводит значительную численную вязкость и может вызвать нефизическое затухание возмущений при использовании TVD-схем.

Реконструкция потоков проводится в локальных характеристических переменных; перед реконструкцией характеристические потоки расщепляются на положительную и отрицательную части, для чего в данной работе используется глобальное расщепление Лакса — Фридрикса. Диффузионные члены в (1) аппроксимируются конечными разностями

четвертого порядка на компактном ( $5 \times 5$  ячеек) шаблоне. Интегрирование по времени осуществляется методом Рунге — Кутты третьего порядка.

Расчетная область представляет собой прямоугольник, часть нижней стороны которого совпадает с поверхностью пластины. Левая (входная) граница расположена на расстоянии нескольких расчетных ячеек вверх по потоку от передней кромки пластины, высота расчетной области выбирается из условия, что идущая с передней кромки головная ударная волна (УВ) не взаимодействует с верхней границей. Правая (выходная) граница отодвинута от задней кромки пластины так, чтобы течение в выходном сечении было полностью сверхзвуковым.

Сначала производится расчет стационарного течения, при этом на левой верхней границе задается равномерный гиперзвуковой поток. На правой границе решение экстраполируется изнутри расчетной области. Поскольку эффекты разреженности в рассматриваемой задаче довольно значительны (продольная скорость на поверхности пластины составляет при  $x = 0.1$  около 17% от скорости набегающего потока и 7% у ее задней кромки), граничные условия на пластине учитывают скольжение и скачок температуры [9].

Равномерная расчетная сетка состояла из  $N_x = 1050$  ячеек вдоль потока и  $N_y = 240$  ячеек в поперечном направлении. При проведении расчетов использовалось до двадцати процессоров Сибирского суперкомпьютерного центра. В [9] рассчитанное среднее течение сравнивалось с экспериментальными данными. Продемонстрировано очень хорошее совпадение профилей полного давления, плотности и числа Маха.

При решении задачи о взаимодействии вязкого ударного слоя с естественными и искусственными возмущениями они вводятся путем задания соответствующих зависящих от времени граничных условий.

Наблюдаемые в эксперименте естественные возмущения состоят из распространяющихся во внешнем потоке акустических волн. При их численном моделировании переменные на левой границе расчетной области задавались в виде суперпозиции стационарного основного течения и плоской монохроматической звуковой волны, имеющей вид

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ p' \\ \rho' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \pm \cos \theta \\ \mp \sin \theta \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)]. \quad (4)$$

Здесь  $\theta$  — угол падения волны;  $A$  — ее амплитуда;  $t = t^* c_\infty^* / L^*$  — безразмерное время;  $c_\infty^*$  — скорость звука в набегающем потоке;  $k_x = k \cos \theta$ ,  $k_y = -k \sin \theta$  — компоненты волнового вектора, связанного с безразмерной частотой  $\omega = 2\pi f^* L^* / c_\infty^*$  дисперсионным соотношением  $k = \omega / (M_\infty \cos \theta \pm 1)$ ; верхний (нижний) знак соответствует быстрой (медленной) акустической волне.

На поверхности пластины использовались те же граничные условия, что и при нахождении стационарного решения, за исключением того, что возмущения температуры на поверхности полагались равными нулю  $T'|_{y=0} = 0$  (в силу значительной тепловой инерции пластины). Таким образом, температура стенки всегда равнялась температуре, полученной при решении стационарной задачи. После введения возмущений уравнения Навье — Стокса интегрировались до момента выхода нестационарного решения на установившийся периодический режим.

Искусственные возмущения, вводимые в эксперименте с помощью цилиндрического свистка с косым срезом, являются возмущениями типа периодического вдува-отсоса, осуществляемого локально, вблизи передней кромки пластины. При численном решении зада-

чи они моделировались заданием граничного условия для поперечного массового расхода на некотором участке поверхности пластины:

$$\rho^* v^*|_{y=0} / \rho_\infty^* c_\infty^* = A \sin\left(\pi \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right) \sin(\omega t). \quad (5)$$

Здесь  $x_1 = 0.065$  и  $x_2 = 0.08$  — границы области возмущения. В остальном расчет проводился так же, как в случае акустических возмущений.

### 3. Полученные результаты

На рис. 1 приведены поле средней плотности (*а*), а также мгновенные поля возмущений плотности в случае возбуждения вязкого ударного слоя акустическими возмущениями внешнего потока (*б*) и локальным вдувом-отсосом (*в*). Частота акустических возмущений равнялась  $f^* = 19.2$  кГц ( $\omega = 405$ ). Частота периодических возмущений типа вдув-отсос  $f^* = 20$  кГц ( $\omega = 422$ ). Амплитуда  $A$  вводимых возмущений в обоих случаях равна 0.0286. На рис. 1, *б* и *в* сплошные изолинии соответствуют положительным пульсациям плотности, пунктирные — отрицательным. Видно, что в обоих случаях имеются две области максимальных пульсаций плотности: на УВ и верхней границе пограничного слоя, где быстро изменяется средняя плотность. Пульсации на ударной волне и границе пограничного слоя находятся в противофазе. Качественные картины распределения пульсаций плотности в

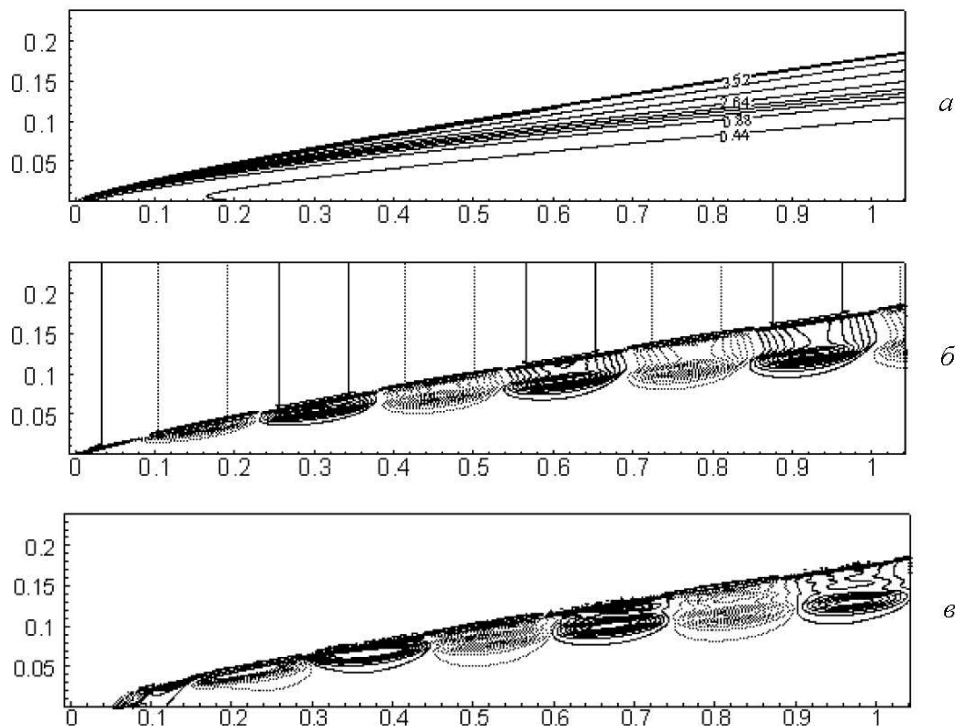


Рис. 1. Изолинии плотности в стационарном течении (*а*); изолинии пульсаций плотности при акустическом возмущении медленной моды с  $A = 0.0286$ ,  $\omega = 405$  (*б*); изолинии пульсаций плотности при возмущении типа вдув-отсос с  $A = 0.0286$ ,  $\omega = 422$  (*в*);  $M_\infty = 21$ ,  $Re_L = 1.44 \cdot 10^5$ ,  $T_w = 300$  К,  $T_0 = 1200$  К.

ударном слое для обоих типов возмущений подобны. В [9] дано объяснение наблюдаемого амплитудного и фазового распределения пульсаций плотности в ударном слое и, в соответствии с линейной теорией взаимодействия возмущений с УВ [12] показано, что для данных условий обтекания внешние акустические возмущения при прохождении через ударную волну порождают волны только энтропийно-вихревой моды.

Расчетные зависимости амплитуды пульсаций плотности на УВ по длине пластины для медленной (рис. 2) и быстрой (рис. 3) мод внешних акустических возмущений показаны сплошными кривыми. Символы 5 и 6 на рис. 2 — данные измерений амплитуды

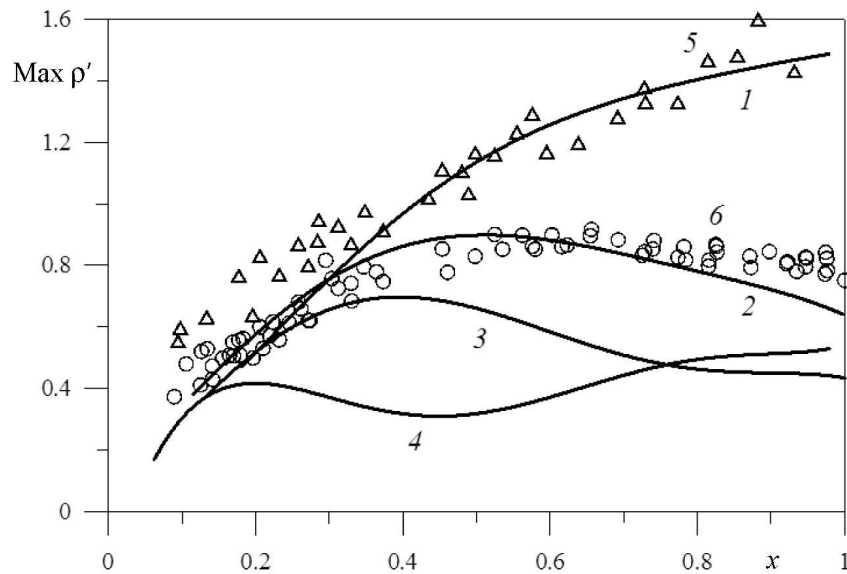


Рис. 2. Амплитуды пульсаций плотности на УВ для медленной акустической волны при разных частотах: кривые 1, 5 — 19.2 кГц,  $\omega = 405$ ; кривые 2, 6 — 38.4 кГц,  $\omega = 810$ ; кривая 3 — 50 кГц,  $\omega = 1055$ ; кривая 4 — 80 кГц,  $\omega = 1688$ .

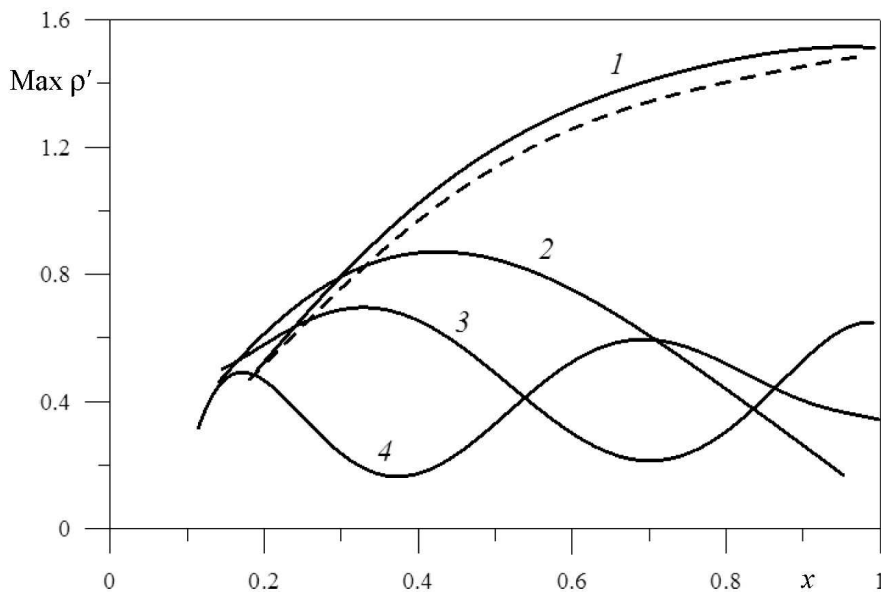


Рис. 3. Амплитуды пульсаций плотности на УВ для быстрой акустической волны при разных частотах:  $f^* = 19.2, 38.4, 50, 80$  кГц (кривые 1 — 4 соответственно).

пульсаций плотности на соответствующих частотах. Штриховой кривой на рис. 3 для сравнения приведена амплитуда медленной моды (кривая 1 с рис. 2). Наблюдается хорошее совпадение расчетных и экспериментальных зависимостей амплитуд. Также можно видеть, что с ростом частоты возникает немонотонность в распределении амплитуд пульсаций плотности на УВ от продольной координаты. Это явление может быть объяснено через взаимодействие внешних возмущений потока и вихревых возмущений в ударном слое, распространяющихся с различными продольными волновыми числами. Это взаимодействие реализуется на УВ как биение амплитуды. Расчеты показали, что различие волновых чисел обусловлено различием продольных фазовых скоростей распространения внешних акустических и вихревых возмущений внутри ударного слоя: внешние акустические возмущения медленной моды отстают от вихревых возмущений внутри ударного слоя, а внешние акустические возмущения быстрой моды опережают их. Это и порождает наблюдаемую немонотонность амплитуд.

Результаты моделирования пульсаций плотности в ударном слое для случая периодических возмущений типа вдув-отсос показаны на рис. 1, в и рис. 4. На рис. 4 приведены расчетные распределения амплитуды пульсаций плотности по длине пластины на УВ (а) и верхней границе пограничного слоя (б) для основной частоты  $f^* = 20$  кГц (кривые 1) и ее гармоники  $f^* = 40$  кГц (кривые 2). Символы 3 и 4 — соответствующие экспериментальные данные. Видно хорошее совпадение эксперимента и расчета. Следует отметить

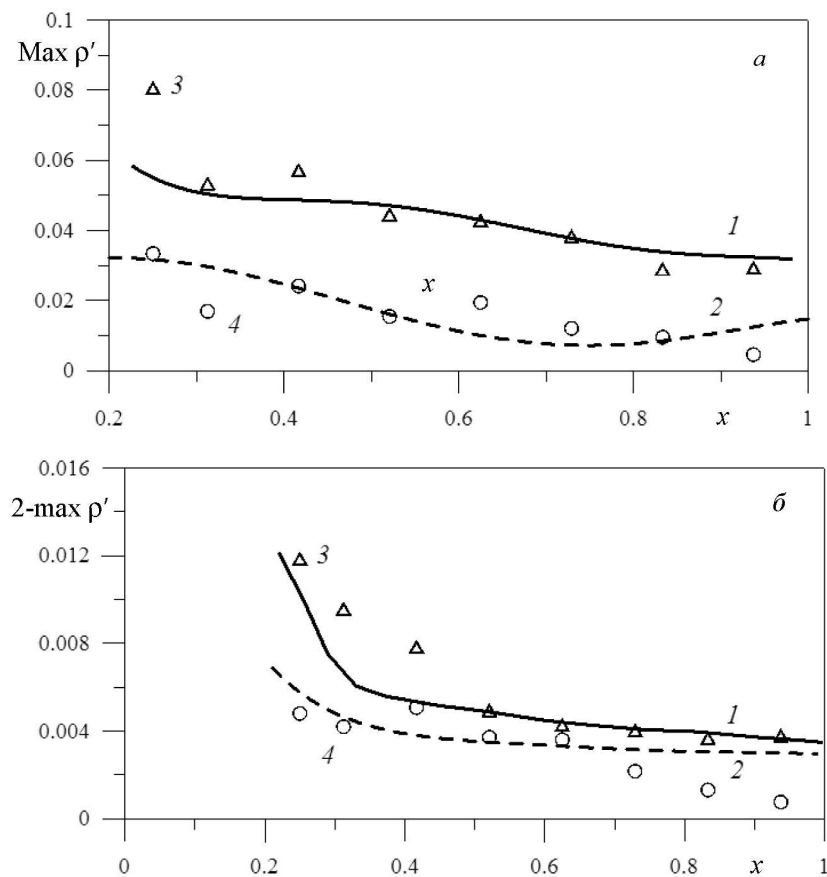


Рис. 4. Сравнение экспериментальных (символы) и расчетных амплитуд пульсаций плотности на УВ (а) и на границе пограничного слоя (б) для частот 20 кГц (сплошная кривая 1 и символы 3) и 40 кГц (пунктирная кривая 2 и символы 4) для искусственных возмущений.

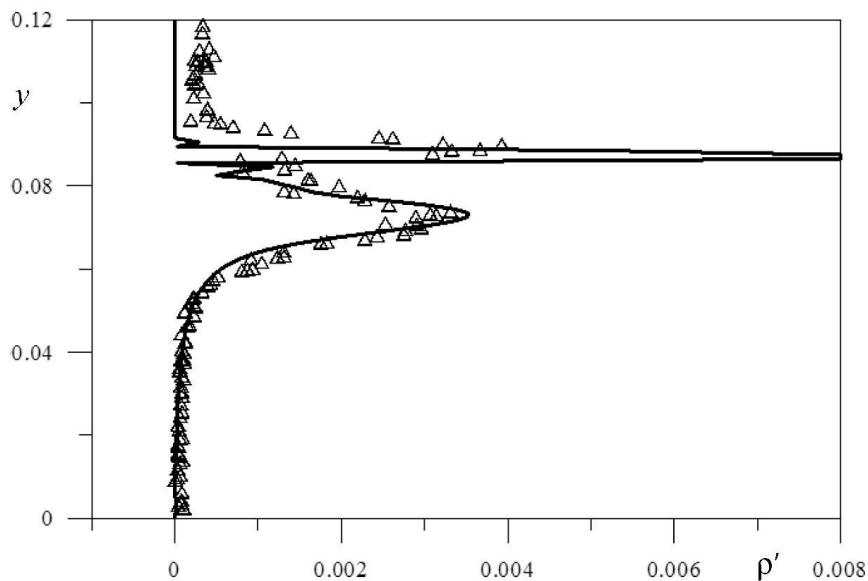


Рис. 5. Профили пульсаций плотности поперек ударного слоя, генерируемые источником типа вдув-отсос ( $f^* = 20$  кГц  $A = 0.0286$ ) в сечении  $x = 0,42$ : символы — эксперимент, сплошная кривая — расчет.

тенденцию к затуханию всех пульсаций плотности при движении вдоль пластины. Для данных условий обтекания это объясняется отсутствием влияния внешних возмущений на ударный слой и передачи от них энергии к возмущениям в ударном слое вдоль всей границы ударного слоя.

На рис. 5 для случая возмущений типа вдув-отсос приведены расчетное (сплошная кривая) и измеренное (символы) распределения пульсаций плотности поперек ударного слоя в сечении  $x/L = 0.42$ . Видно хорошее совпадение распределений. Сопоставление данных на рис. 5 с распределением пульсаций плотности в ударном слое, создаваемым естественными пульсациями внешнего потока [9], показывает, что и здесь имеется совпадение профилей. Это говорит о единой природе формирования поля пульсаций плотности через механизм воздействия вихревых возмущений на поле средней плотности, описанный в [9].

## Заключение

Выполнено прямое численное моделирование развития возмущений в гиперзвуковом ударном слое на плоской пластине при его взаимодействии с акустическими возмущениями внешнего потока быстрой и медленной мод и с локально-периодическими возмущениями типа вдува-отсоса на поверхности пластины. Результаты расчетов сопоставлены с данными экспериментальных измерений поля пульсаций плотности в ударном слое.

Показано, что основными особенностями механизма формирования поля пульсаций плотности при взаимодействии ударного слоя как с внешними акустическими возмущениями, так и с возмущениями типа вдув-отсоса газа на поверхности пластины являются генерация и распространение внутри ударного слоя энтропийно-вихревых возмущений.

Обнаружены биения амплитуды пульсаций плотности на УВ вдоль пластины с ростом частоты внешних акустических возмущений, связанные с различием фазовых скоростей акустических и вихревых возмущений.



Показано различие в эволюции возмущений в ударном слое при их возбуждении внешними акустическими волнами и возмущениями типа вдув-отсос — аналогами изученных в эксперименте естественных и искусственных возмущений соответственно.

## Список литературы

- [1] ФЕДОРОВ А.В., ХОХЛОВ А.П. Возбуждение неустойчивых мод сверхзвукового пограничного слоя акустическими волнами // Изв. РАН. МЖГ. 1991. № 4. С. 67–74.
- [2] FEDOROV A.V., KHOLOV A.P. Prehistory of instability in a hypersonic boundary layer // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2001. Vol. 14, N 6. P. 359–375.
- [3] ЕГОРОВ И.В., СУДАКОВ В.Г., ФЕДОРОВ А.В. Численное моделирование распространения возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 6. С. 33–44.
- [4] ЕГОРОВ И.В., СУДАКОВ В.Г., ФЕДОРОВ А.В. Численное моделирование восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к акустическим возмущениям // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 2. С. 43–52.
- [5] ZONG X. Receptivity of hypersonic boundary layers to freestream disturbances. Reno, NV, 2000. (Paper / AIAA, N 2000-0531).
- [6] MA Y., ZHONG X. Numerical Simulation of Receptivity and Stability of Nonequilibrium Reacting Hypersonic Boundary Layers. Reno, NV, 2001. (Paper / AIAA, N 2001-0892).
- [7] MA Y., ZHONG X. Linear Stability and Receptivity to Free-stream Disturbances of a Mach 10. Nonequilibrium Reactivity Oxygen Flow Over a Flat Plate. Reno, NV, 2004. (Paper / AIAA, N 2004-0256).
- [8] MIRONOV S.G., MASLOV A.A. An experimental study of density waves in hypersonic shock layer on a flat plate // Phys. Fluids A. 2000. Vol. 12, N 6. P. 1544–1553.
- [9] КУДРЯВЦЕВ А.Н., МИРОНОВ С.Г., ПОПЛАВСКАЯ Т.В., ЦЫРЮЛЬНИКОВ И.С. Экспериментальное исследование и прямое численное моделирование развития возмущений в вязком ударном слое на плоской пластине // ПМТФ. 2006 (в печати).
- [10] МАСЛОВ А.А., МИРОНОВ С.Г. Экспериментальное исследование обтекания полузамкнутой цилиндрической полости гиперзвуковым потоком низкой плотности // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 6. С. 155–160.
- [11] SURESH A., HUYNH H.T. Accurate monotonicity-preserving schemes with Runge — Kutta stepping // J. Comput. Phys. 1997. Vol. 136, pt 1. P. 83–99.
- [12] MCKENZIE J.F., WESTPHAL K.O. Interaction of linear waves with oblique shock waves // Phys. Fluids. 1968. Vol. 11. P. 2350–2362.

*Поступила в редакцию 12 апреля 2006 г.*